Kompetenzfeld Mathematik

Architektur, Stadtplanung und öffentlicher Raum

SCHWERPUNKT: FLÄCHEN, KÖRPER, MASSSTAB, LEHRSATZ DES PYTHAGORAS

Impressum

Herausgegeben von
Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur, Abt. Erwachsenenbildung II/5

Für den Inhalt verantwortlich
Verein maiz - Autonomes Zentrum von und für Migrantinnen;
4020 Linz, Hofgasse 11, maiz@servus.at, www.maiz.at, ZVR Nr. 374569075

Autorin
Beate Helberger

Layout
typothese – M. Zinner Grafik und Raimund Schöftner
1150 Wien, Rosinagasse 19, office@typothese.at, www.typothese.at

Umschlaggestaltung
Adriana Torres, 4020 Linz, Bürgerstraße 39, att@puntos.at, www.puntos.at

Das Unterrichtsbeispiel wurde im Rahmen des Projekts **„Erwachsenengerechter Pflichtschulabschluss“** erstellt.
Partner_innen: maiz, VHS Linz, BFI OÖ, VHS Wien, MAFALDA, Kunstlabor Graz von uniT

Stand: Oktober 2013, Download: e-psa.at

Inhalt

1. Thema

Dieses Beispiel wird zusammen mit dem Kompetenzfeld Kreativität und Gestaltung ausgeführt. Es geht darum, Verbindungen zwischen einer kreativen und gestalterischen Arbeit und mathematischem Denken und Wissen zu schaffen. Im Zentrum des Beispiels steht der Bereich Architektur.

Es werden geometrische Aufgaben, Oberflächen, Berechnungen des Volumens und der Lehrsatz des Pythagoras behandelt. Im Zentrum der fächerübergreifenden Herangehensweise steht die Vermittlung von problemlösendem, alltagsbezogenem Denken mit den Mitteln der Mathematik. Der praktische Nutzen mathematischer Strategien steht dabei ebenso im Vordergrund wie das Schulen eines räumlichen Vorstellungsvermögens und exakten Arbeitens mit Zeichnung und Berechnung der Größen geometrischer Figuren und Körper.

Ausgehend vom Lern- und Arbeitsraum der Lernenden werden zunächst Grundbegriffe der Architektur als mathematische vorgestellt, danach wird der Lehrsatz des Pythagoras als wichtiges Instrument architektonischer Berechnungen erläutert und in seinen Anwendungen nutzbar gemacht.

Begleitend zum Beispiel, aber auch als Grundlagenübungen oder vertiefend bieten sich vor allem diesebeiden Links an:

moodle.digimathe.maiz.at
Diese moodle ist Teil des Projekts „DigiMathe – Digital Literacy und Numeracy in der Erwachsenengrundbildung für Migrant_innen". Es enthält online-Kurse und Downloadmaterial für den Unterricht in Mathematik und IKT.

www.geogebra.org/webstart/5.0/geogebra-50-jogl2.jnlp
GeoGebra verbindet Geometrie, Algebra und Analysis auf neue Art und Weise. Das Programm ermöglicht auf einfachste Weise Konstruktionen mit Punkten, Vektoren, Geraden und vieles mehr.

2. Notwendiges Vorwissen

- Längenmaße, Flächenmaße, Raummaße, Hohlmaße
- Kenntnisse über Figuren, insbesondere Rechtecke und Dreiecke (allgemeine, besondere)
- Umfangs- und Flächenberechnung bei Rechtecken
- Kenntnisse über Körper, insbesondere Prismen

3. Überblick

Inhalte	Methoden	Dauer in Minuten	Materialien
Einstieg ins Thema	Diskussion, Skizzieren	30	Schreibmaterial, Folie 1
MODUL 1: Erfassen des eigenen Lern- und Arbeitsraumes	Recherche, Skizzieren, Konstruieren	300	Schreibmaterial, Taschenrechner, Zeichenmaterial, Folien 2, 3 und 4, Handouts 1 bis 7
MODUL 2: Zeichnung: Entwurf, Skizze, Studie	Skizzieren, Konstruieren, Planen, Berechnen	150	Schreibmaterial, Taschenrechner, Zeichenmaterial, Handout 8, 9 und 1

4. (Verordnungsrelevante) Lerninhalte

- In den verschiedenen Bereichen des Mathematikunterrichts Handlungen und Begriffe nach Möglichkeit mit vielfältigen Vorstellungen verbinden und somit Mathematik als beziehungsreichen Tätigkeitsbereich erleben
  Den Lernenden wird in diesem Themenkomplex die Rolle der Mathematik in der Architektur nähergebracht. Mathematik als notwendiger Bestandteil der Gestaltung der unmittelbaren Umgebung, hier insbesondere von Bauwerken, wird verdeutlicht. Dadurch wird Mathematik in einer Verbindung zu anderen technischen, naturwissenschaftlichen und künstlerischen Feldern dargestellt.

- Argumentieren und exaktes Arbeiten, planmäßiges, sorgfältiges und konzentriertes Arbeiten, geometrisches Zeichnen
  Die Lernenden erfahren in diesem Beispiel die Notwendigkeit und Bedeutung eines präzisen und detaillierten Arbeitens mit technischen Berechnungen und dem Erstellen von Skizzen und Zeichnungen. Dazu werden mathematische Strategien zur Lösung von Problemen vermittelt.

- Räumliches Vorstellungsvermögen schulen und mit mathematischem Wissen in Zusammenhang bringen
  Die Lernenden erkennen geometrische Formen, Grundbegriffe, Beziehungen und Figuren in der Architektur und können ihre Eigenschaften berechnen.

- Mit Zahlen und Maßen an konkreten architektonischen Aufgaben operieren
  In diesem Beispiel werden insbesondere das Potenzieren und Wurzelziehen und das Rechnen mit Maßstab als technische Instrumente für das Planen und Konstruieren von Bauwerken erläutert. Dadurch soll der praktische Nutzen und die Anwendbarkeit von Mathematik hervorgehoben werden.

5. Deskriptoren

Deskriptoren	Einstieg	Modul 1	Modul 2
1. Aufgabenstellungen erfassen und analysieren		✓	✓
3. Geometrische Objekte in der Umwelt erkennen und beschreiben		✓	✓
4. Figuren in der Ebene und Körper im Raum benennen und skizzieren		✓	✓
6. Mit Zahlen lösungsorientiert operieren		✓	✓
7. Mit Maßen lösungsorientiert operieren		✓	✓
9. Figuren und Körper konstruieren und Berechnungen daran durchführen		✓	✓
15. Alltägliche Situationen und gesellschaftspolitische Vorgänge mit Hilfe der Mathematik beurteilen		✓	✓

6. Mögliche Module

6.1. Einstieg ins Thema – Bilder zum Einstieg

Den Lernenden werden einerseits zweidimensionale Grundrisse von Wohnräumen gezeigt, aber auch reale dreidimensionale Modelle wie auf den untenstehenden Abbildungen.

Siehe dazu auch Kompetenzfeld Kreativität und Gestaltung:
Beispiel „Architektur, Stadtplanung und öffentlicher Raum", Einstieg ins Thema

Grundrisse und Modelle können

- als Folien für alle gezeigt oder
- als Ausdrucke an mehreren Stellen im Raum aufgelegt werden

Folgende Impulsfragen dienen als Einstieg ins Thema:

- Was ist auf den Bildern dargestellt?
- Welche Unterschiede in der Darstellung sind hier zu erkennen?
- Welche Raumaufteilungen werden in diesen Wohnräumen gezeigt?
- Welche Aussagen über das Wohnen werden dadurch getroffen?
- Wie sieht es mit den Wohnräumen der Lernenden aus?
- Unterscheiden sich Wohnräume von Arbeitsräumen, in denen vorwiegend gearbeitet oder gelernt wird? Wenn ja, in welcher Art und Weise? Wie sieht der eigene Arbeitsraum aus? Was befindet sich darin?
- Können Wohnen und Arbeiten voneinander getrennt werden oder überschneiden sie sich?
- Wie kann ein Lernbereich aussehen, der günstige Voraussetzungen für konzentriertes Lernen ermöglicht? Welche Rahmenbedingungen sind dafür notwendig?
- Inwieweit ist die individuelle Gestaltung zum „idealen" Lernbereich im persönlichen Umfeld möglich?

6.1.1. Arbeitsaufträge

Arbeitsauftrag 1

Methode: Diskussion
Dauer: 10 Minuten
Materialien: –

Die Lernenden diskutieren die oben beschriebenen Fragen als Einstieg ins Thema.

Arbeitsauftrag 2

Methode: Skizzieren
Dauer: 10 Minuten
Materialien: Schreibmaterial, Folie 1- Wohnungspläne

Es geht um einen Bewusstseinsprozess zur Gestaltung des eigenen Wohnraums. Dieser soll nach Präsentation mehrerer Modelle selbst skizziert werden.
Wohnungsmodell und Innenraummodelle sind auch unter folgenden Seiten zu finden:
www.frewag.ch/pages/messe---modellbau/achitektur-modelle.php
www.morfchur.ch/Innenraummodelle.84.0.html

6.2. Modul 1: Erfassen des eigenen Lern- und Arbeitsraumes

Die Lernenden beschäftigen sich mit Raumwahrnehmung, -planung und Darstellung des eigenen Arbeitsraumes.

Hintergrundinformation

- Was ist zweidimensional/dreidimensional?
- Was ist Länge, Breite, Tiefe?
- Was ist ein Maßstab?
- Was ist ein Grundriss?
- Was ist ein Modell?

Um einen dreidimensionalen Raum, der über drei Größen (Länge, Breite und Tiefe) verfügt zweidimensional zu erfassen, lässt sich ein Grundriss des Raumes erstellen. Ein Grundriss ist eine Skizze des Raumes, die dazu dient, in einer verkleinerten Form den Raum zu betrachten und damit planen zu können. Auf einem Grundriss sind nur zwei Dimensionen (Länge und Breite) zu sehen, die Tiefe des Raumes ist ausgeblendet. Das dreidimensionale Modell hingegen bietet einen „tieferen Einblick". Diese Form der Verkleinerung bietet die Möglichkeit Längen, Breiten und Tiefen zu berücksichtigen. In beiden Fällen wird mit einem Maßstab gearbeitet, um die realen Maße des Raumes auf ein Blatt Papier oder in ein Modell übertragen zu können. Ein Maßstab ist ein Verhältnis zwischen der Länge des realen Raumes und der Länge auf dem Grundriss, das die verkleinernde Darstellung proportional ermöglicht.

Ziele

- Die Lernenden können die Grundbegriffe der Architektur fächerübergreifend als gestalterische und mathematische wahrnehmen
- (zweidimensional/dreidimensional, Maßstab, Länge, Breite, Tiefe).
- Die Lernenden können Umwandlungsaufgaben lösen.
- Die Lernenden können einen Grundriss erstellen und ein Modell herstellen.
- Die Lernenden können mit Maßstab arbeiten und kennen seine praktische Anwendung.
- Die Lernenden können Figuren und Körper (Würfel, Quader) erkennen und ihre Oberflächen und Volumen berechnen.
- Die Lernenden verstehen Umkehraufgaben und können diese lösen.
- Die Lernenden können zeichnerische Aufgaben präzise ausführen.

Flächenmaße, Flächenberechnung

6.2.1. Arbeitsaufträge: Länge, Breite, Fläche und Flächenmaße

Arbeitsauftrag 3

Methode: Skizzieren und Konstruieren
Dauer: 15 Minuten
Materialien: Schreibmaterial, Maßband

Bei Lernenden mit wenig schulischer Vorerfahrung kann es zum Auffrischen ins Thema sinnvoll sein

- eine Schätzung der Längen vorzunehmen,
- durch Abgehen der Räume die ungefähren Längen festzustellen.

Aufforderung an alle:

- Messen Sie den Raum, in dem Sie sich befinden (also den Lern- und Arbeitsraum der jeweiligen Bildungseinrichtung) mit einem Maßband ab. Wie lange ist der Raum? Wie breit ist der Raum? Handelt es sich um ein Quadrat oder um ein Rechteck?
- Fertigen Sie dazu eine Handskizze an und beschriften Sie die Seiten!

Arbeitsauftrag 4

Methode: Umwandlungen
Dauer: 10 Minuten (im Falle vertiefender Übungen verlängert sich diese Zeit)
Materialien: Schreibmaterial, Taschenrechner, **Folie 2: Flächenmaße, Handout 1: Umwandlungsaufgaben Flächenmaße**

Schätzen Sie die Größe des Raumes in m^2? Berechnen Sie anschließend und wandeln Sie das Ergebnis in dm^2 und cm^2 um!

Die Folie kann zur Kontrolle dienen.

Zeichnen im Maßstab

Um Wohnungspläne, Baupläne großer Maschinen oder Landkarten auf Papier bringen zu können, müssen die Längen, Breiten, in dreidimensionalen Zeichnungen auch die Tiefen (Höhen) in Wirklichkeit verkleinert werden, ohne die Grundstruktur dabei zu verändern.

Umgekehrt müssen Konstruktionen von Häusern, Bauwerken, Maschinen, die am Papier entworfen wurden, in ihre wirkliche Größe gebracht werden.

Dies wird durch die Anwendung des Zeichnens im Maßstab ermöglicht.

6.2.2. Arbeitsaufträge: Maßstab

Arbeitsauftrag 5

Methode: Messaufgaben
Dauer: 45 Minuten
Materialien: Schreibmaterial, Geodreieck, **Handout 2: Zeichnen im Maßstab**

Übungen zu Maßstabszeichnungen finden Sie am Handout 1 zu Modul 1: Zeichnen im Maßstab

Arbeitsauftrag 6

Methode: Konstruieren
Dauer: 45 Minuten
Materialien: Schreibmaterial, Geodreieck, **Handout 3: Entfernungen feststellen**

Die Distanz zwischen zwei Orten ist im Atlas nur scheinbar sehr kurz. Im Handout 3 sollen Sie die tatsächlichen Entfernungen herausfinden.

Arbeitsauftrag 7

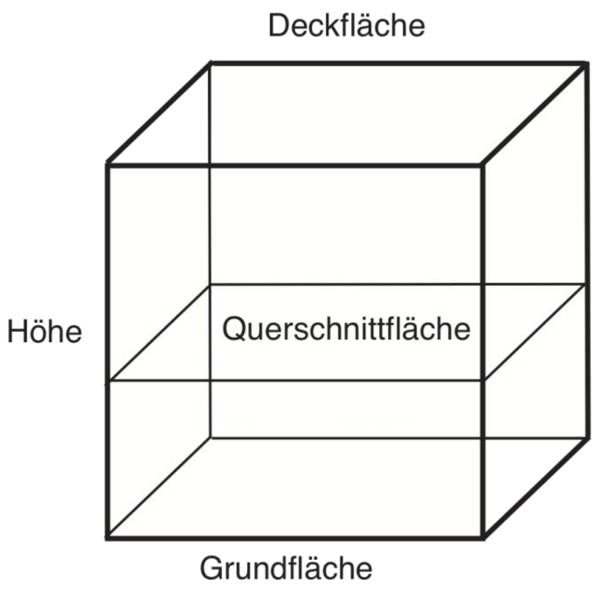
Methode: Konstruktion
Dauer: 45 Minuten
Materialien: Schreibmaterial, Geodreieck

- Fertigen Sie eine Konstruktion Ihres Lern- oder Arbeitsraums im Maßstab 1 : 100 an!
- Zeichnen Sie einen zweidimensionalen Grundriss des Raumes wie in den obigen Abbildungen.
- Beachten Sie dabei auch die Positionen der Fenster und Türen.
- Messen Sie anschließend die vorhandenen Möbel.
- Übertragen Sie ihre Maße im gleichen Maßstab in Ihre Zeichnung.

Körper (Würfel, Quader) – Räumliche Darstellung, Körpernetze

Hier sehen die Lernenden eine räumliche Darstellung eines Würfels.
Idealerweise verfügt die lehrende Person über ein Modell, wo die einzelnen Aufgaben einfach nachvollziehbar werden.

- Wie viele Flächen besitzt ein Würfel?
- Um welche Flächen handelt es sich dabei?



Unter dem folgenden Link befindet sich ein Arbeitsblatt, mit dem die Lernenden auf Wunsch arbeiten können. ***www.mathe-lexikon.at/media/worksheets/wuerfel_beschriftung_vorlage.pdf***

Frage an die Lernenden:
Kennen Sie noch andere Körper? Wenn ja, welche sind das? Können Sie diese anhand spezieller Merkmale beschreiben?

Sollten im Unterricht Körpermodelle zur Verfügung stehen, können auch hier Zuordnungen getroffen werden, z.B. Einteilungen nach speziellen Kriterien.
Wo finden sich derartige Körper im Alltag?

6.2.3. Arbeitsaufträge: Körpermodelle

Arbeitsauftrag 8

Methode: Skizzieren und Modellieren
Dauer: 30 Minuten
Materialien: Schreibmaterial, wahlweise Computer oder Körpermodelle

Die Lernenden arbeiten wahlweise mit den Körpermodellen in der Gruppe oder öffnen beispielsweise folgenden Link:
www.mathe-online.at/lernpfade/koerper/?kapitel=1&navig=r

Körpermodelle im Speziellen:
1. Würfel, Quader, Prismen, Zylinder
2. Pyramiden, Kegel
3. Kugel

- Wie unterscheiden sich die beschrieben Gruppen 1, 2, 3?
  Beachten Sie dabei Grund- und Deckflächen!

- Wie unterscheiden sich Würfel, Quader, Prismen, Zylinder?
  Beachten Sie dabei die Grundflächen, eventuell auch die Höhen!

- Beschreiben Sie die Eigenschaften, indem Sie die Flächen, Kanten, Eckpunkte angeben.

Arbeitsauftrag 9

Methode: Messarbeiten
Dauer: 15 Minuten
Materialien: Schreibmaterial, Geodreieck

Messen Sie nun die Höhe des Raumes und skizzieren Sie den Raum als regelmäßiges vierseitiges Prisma. Handelt es sich um einen Quader oder um einen Würfel? Begründen Sie Ihre Antwort. Geben Sie jeweils die Anzahl der Ecken, Kanten und Begrenzungsflächen an.

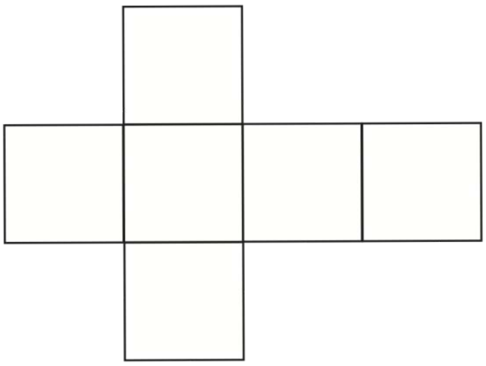
Arbeitsauftrag 10

Methode: Konstruieren
Dauer: 30 Minuten
Materialien: Schreibmaterial, Geodreieck, **Handout 4: Räumliche Darstellung von Körpermodellen**

Dieser Arbeitsauftrag eignet sich für Lernende, die vertiefend arbeiten wollen.

Details zum Arbeitsauftrag befinden sich auf dem Handout 4.
Breitet man alle Begrenzungsflächen eines Körpers in der Ebene aus, so erhält man sein Netz.

Hier ein mögliches Netz eines Würfels.



Die angeführten Links können zur weiteren Bearbeitung des Themas hilfreich sein:
www.mathe-lexikon.at/arbeitsblaetter/arbeitsblatt/vorlage-wuerfelnetz/
www.mathe-online.at/lernpfade/koerper/?kapitel=2
de.wikipedia.org/wiki/Netz_%28Geometrie%29

6.2.4. Arbeitsaufträge: Körpernetze

Arbeitsauftrag 11

Methode: Modellbildung
Dauer: 45 Minuten
Materialien: Schreibmaterial, Geodreieck, Taschenrechner, **Handout 5: Körpernetze**, **Handout 6: Körpernetze – Mantel, Oberfläche**

Details zum Arbeitsauftrag befinden sich auf Handout 5 und Handout 6.

Folgender Link kann zu weiterführenden Übungen nützlich sein: *www.mathe-online.at/lernpfade/koerper/?kapitel=2*

Arbeitsauftrag 12

Methode: Konstruktion
Dauer: 45 Minuten
Materialien: Schreibmaterial, Geodreieck, Taschenrechner

Die Lernenden fertigen nun das Körpernetz ihres Lern- und Arbeitsraumes mit den ermittelten Maßen an! Über einen passenden Maßstab entscheiden sie selbst.
Sie falten es zu einem dreidimensionalen Modell, indem sie das Körpernetz ausschneiden. Sie verwenden dazu Karton.

Im Anschluss planen sie das Ausmalen ihres Lern- und Arbeitsraumes. Welche Flächen müssen berücksichtigt werden und welche Größen gehören bestimmt.
Sie beschreiben die einzelnen Planungs- und Berechnungsschritte!

Berechnung einfacher, gerader Körper

Wichtige Formeln zur Berechnung einfacher, gerader Körper wie Prisma, Quader, Zylinder finden Sie auf **Folie 3: Berechnungen an geraden Körpern**

6.2.5. Arbeitsaufträge: Berechnungen

Arbeitsauftrag 13

Methode: Berechnungen
Dauer: 60 Minuten
Materialien: Schreibmaterial, Geodreieck, Taschenrechner, **Handout 7: Berechnungen**

Das Handout gibt die Möglichkeit, anhand unterschiedlicher Aufgabenstellungen die Berechnungen an Körpern zu üben.

Weiterführende Übungen sind beispielsweise auf folgendem Link zu finden: ***www.schulminator.com/mathematik/pyramide***

6.3. Modul 2: Zeichnung: Entwurf, Skizze, Studie

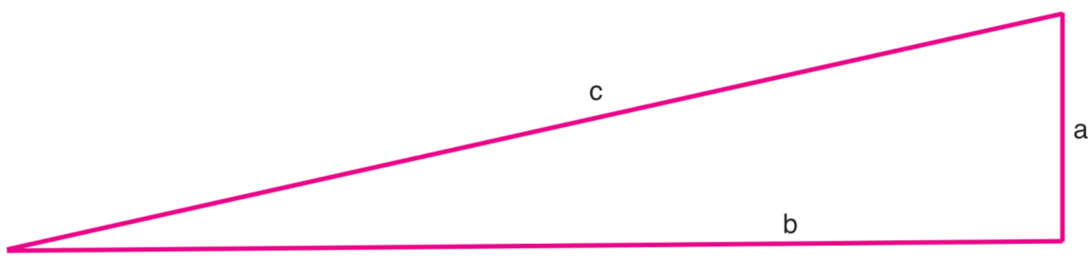
Im Beispiel „Architektur" für das Kompetenzfeld Kreativität und Gestaltung konnten sich die Lernenden bereits mit Grundlagen der Architektur auseinandersetzen. Dabei erfahren sie über die Rolle des rechten Winkels, über Perspektiven, die sich aus unterschiedlichen Positionen einnehmen lassen und über Möglichkeiten zur Berechnung von Längen als Grundlage für Architektur.
hintergrundinformation
Wenn man eine Straße oder eine Häuserreihe beobachtet, fällt auf, dass sie verzerrt erscheint je weiter weg man selbst steht. Die Außenkanten der Straße scheinen nicht parallel, sondern entlang von sogenannten Fluchtlinien zu einem Punkt zusammenzuführen, dem sogenannten Fluchtpunkt. Dieser Punkt liegt auf dem Horizont. Wenn man die Linien auf einer Zeichnung verlängert, sieht man wo der Fluchtpunkt liegt, laufen alle Linien zu einem Punkt zusammen spricht man von Zentralperspektive.

Weitere Infos können Sie unter anderem unter folgendem Link finden:
www.architektur-zeichnung.de/architektur/

Fluchtpunkt, ein Punkt an der Hauskante und ein Punkt an der Hauswand bilden ein rechtwinkeliges Dreieck. Um fehlende Seiten an einem rechtwinkeligen Dreieck zu berechnen, benötigen wir das Wissen über den Lehrsatz des Pythagoras.

Der Pythagoräische Lehrsatz

Zwischen der Höhe (a) eines Gebäudes, der Grundlinie (b) und einer Fluchtlinie (c) entsteht ein rechtwinkliges Dreieck. Die längste Seite des Dreiecks, sie liegt gegenüber dem rechten Winkel, wird Hypotenuse genannt, die beiden anderen Seiten heißen Katheten.



in jedem rechtwinkligen Dreick ist die summe der beiden kathetenquadrate flächengleich dem hypotenusenquadrat.

Ziele

- Die Lernenden verstehen den Pythagoräischen Lehrsatz und seine Anwendungen als Instrument der Architektur und Technik. Sie können rechtwinklige Dreiecke in der Architektur erkennen und mithilfe des Pythagoräischen Lehrsatzes Berechnungen anstellen.
- Die Lernenden können Umfang, Fläche und Höhe des rechtwinkligen Dreiecks berechnen.
- Die Lernenden können Zusammenhänge zwischen Rechteck und Quadrat und dem Pythagoräischen

Lehrsatz herstellen und Berechnungen von Umfang, Fläche und Diagonale anstellen.
- Die Lernenden verstehen Umkehraufgaben und können diese lösen.
- Die Lernenden können zeichnerische Aufgaben präzise ausführen.

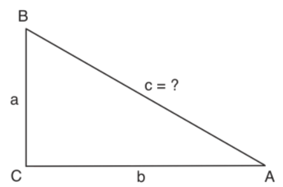
6.3.1. Arbeitsaufträge

Arbeitsauftrag 14

Methode: Berechnungen
Dauer: 60 Minuten
Materialien: Schreibmaterial, Geodreieck, **Handout 8: Pythagoräischer Lehrsatz**

Die Lernenden beweisen den pythagoräischen Lehrsatz $a^2 + b^2 = c^2$

Beispiel zur Berechnung:
Berechnen Sie die Länge der Hypotenuse c! Runden Sie sinnvoll!
Von einem rechtwinkligen Dreieck sind die Längen der beiden Katheten bekannt.



Rechtwinkliges Dreieck:
a = 7,3 m, b = 24,5 m, c = ?

$c^2 = a^2 + b^2$
$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(7{,}3^2 \ + 24{,}5^2)} \ = \sqrt{73{,}54}$
c = 8,58 m

Arbeitsauftrag 15

Methode: Berechnungen
Dauer: 60 Minuten
Materialien: Schreibmaterial, Geodreieck, Taschenrechner, **Handout 9: Anwendung zum pythagoräischen Lehrsatz**

Familie Cortez plant, ihr Grundstück einzuzäunen. Dazu sind einige wichtige Berechnungen notwendig, die bedacht werden müssen. So muss die Länge der fehlenden dritten Seite eruiert werden und die Kosten für den Zaun.

Arbeitsauftrag 16

Methode: Berechnungen
Dauer: 30 Minuten
Materialien: Schreibmaterial, Geodreieck, Taschenrechner, **Handout 10: Praktische Beispiele**

In diesen Beispielen sollen die Lernenden die Texte erfassen und mathematisch lösen.

Weiterführende Übungsbeispiele sind etwa unter folgendem Link zu finden:
www.lehrerweb.at/materials/sek/m/print/pythagoras.pdf
www.mathematik-wissen.de/berechnung_der_diagonalen_im_quadrat.htm
www.mathe-online.at/lernpfade/Lernpfad609/?kapitel=2&navig=l

7. Quellenverzeichnis

Alle angegebenen Links wurden zuletzt am 01.06.2013 geprüft.

8. Anhang

8.1. Folien

Folie 1 zum Einstieg ins Thema – Wohnungspläne

Folie 2 zu Modul 1 – Zur Wiederholung:

Folie 3 zu Modul 1 – Zeichnen im Maßstab

Folie 4 zu Modul 1 – Berechnungen an geraden Körpern

8.2. Handouts

Handout 1 – Umwandlungsaufgaben Flächenmaße

Handout 2 fehlt fehlt fehlt fehlt

Handout 3 – Entfernungen feststellen

Handout 4 – Räumliche Darstellung von Körpermodellen

Handout 5 – Körpernetze

Handout 6 – Körpernetze – Mantel, Oberfläche

Handout 7 – Berechnungen

Handout 8 – Pythagoräischer Lehrsatz

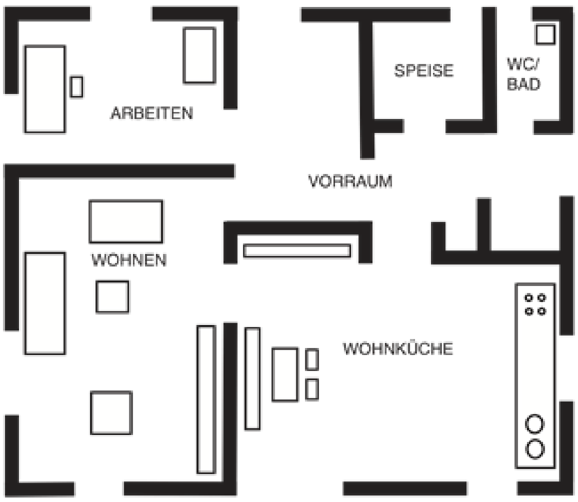
Handout 9 – Anwendung zum pythagoräischen Lehrsatz

Handout 10 – praktische Beispiele

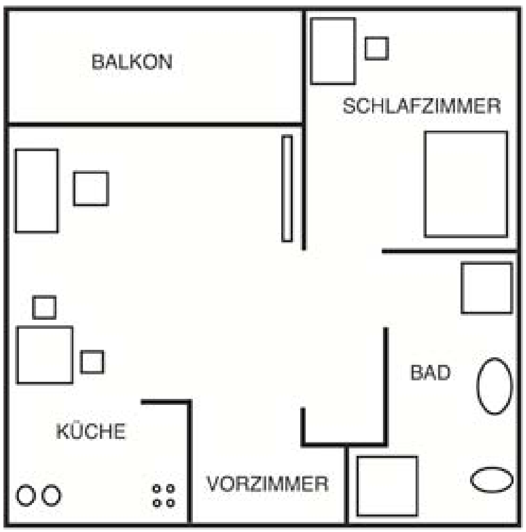
8.3. Lösungen

Lösungen zu Handout 7 – Berechnungen

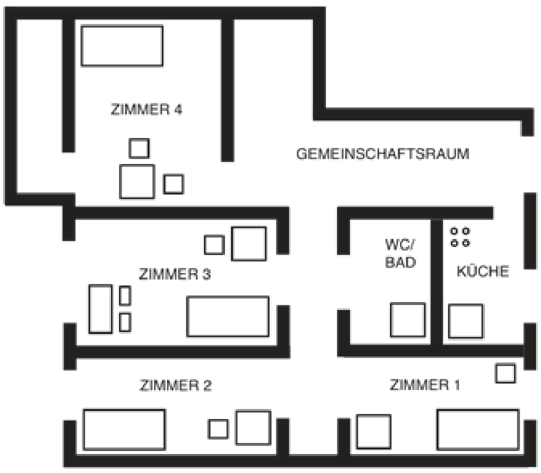
Folie 1 – Wohnungspläne



Grundriss einer Wohnung mit Arbeitsraum



Grundriss einer Singlewohnung

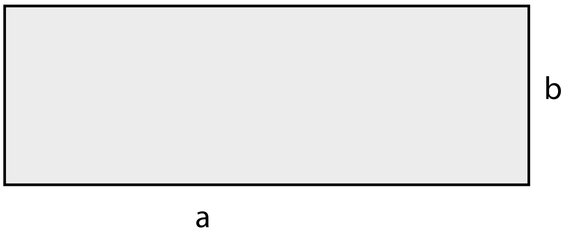


Grundriss einer Wohngemeinschaft

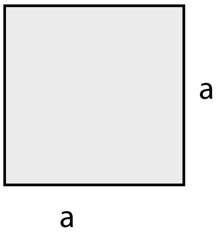
Wie könnte ein Wohnungsplan aussehen, der Ihren persönlichen Vorstellungen entspricht? Fertigen Sie eine Handskizze an!

Folie 2 – Zur Wiederholung:

RECHTECK: A = a . b



QUADRAT: A= a . a = a²



mehr dazu unter:
www.mathe-lexikon.at/arbeitsblaetter/arbeitsblatt/quadrat-rechteck-rechtwinkeliges-dreieck

$1\,\text{km}^2 = 100\text{ ha}$

$1\text{ ha} = 100\text{ a}$

$1\text{ a} = 100\text{ m}^2$

$1\text{m}^2 = 100\text{dm}^2$

$1\text{dm}^2 = 100\text{cm}^2$

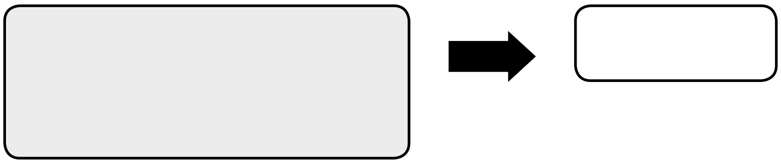
$1\text{cm}^2 = 100\text{mm2}$

Übungen dazu finden Sie am **Handout 1: Erfassen des eigenen Lern- und Arbeitsraumes,** Umwandlungsaufgaben Flächenmaße

Folie 3 – Zeichnen im Maßstab

Verkleinerung:

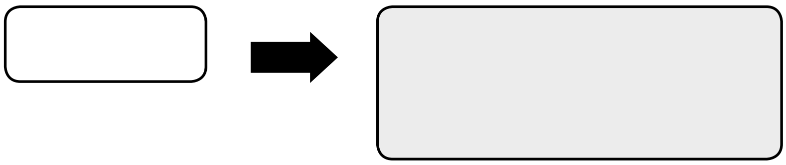
Wirklichkeit : Zeichnung am Papier = 1 : n



: n

Vergrößerung:

Zeichnung am Papier : Wirklichkeit = n : 1



. n

Mögliche Maße eines Lernraums:

Länge: 5,4 m = 540 cm

Breite: 6,3 m = 630 cm

Übertragen Sie die Länge und Breite dieses Raumes in den Maßstab 1:100!

1 cm auf der Zeichnung sind 100 cm in Wirklichkeit

1cm .... 100 cm	
x cm .... 540 cm	
	x = 540 . 1 : 100
	x = 5,4 cm

Weitere Übungen können Sie beispielsweise unter den angegebenen Links finden:

www.blikk.it/angebote/primarmathe/ma2460.htm

www.schulminator.com/mathematik/massstab

Folie 4 – Berechnungen an geraden Körpern

Prisma, Quader, Zylinder

Mantel = Umfang der Grundfläche mal Körperhöhe

$$M = u \cdot h$$

Oberfläche = 2mal die Grundfläche plus dem Mantel

$$O = 2 \cdot G + M$$

Volumen = Grundfläche mal Körperhöhe

$$V = G \cdot h$$

Handout 1 – Umwandlungsaufgaben Flächenmaße

Finden Sie die entsprechenden Paare:

5 m^2	A	9 cm^2 5 mm^2	
2 m^2 34 dm^2	B	372,5m^2	
905 mm^2	C	34 dm^2 45 cm^2 50 mm^2	
3,725 a	D	1 ha 3 m^2	
2km^2 5 ha	E	500 dm^2	A
34,453 dm^2	F	20500 a	
10003 m^2	G	234 dm^2	

Links zu vertiefenden Übungsmöglichkeiten:

- *www.schulminator.com/mathematik/masseinheiten-und-groesseneinheiten*
- *schulen.eduhi.at/hs1gallneukirchen/uebung/Math/Klasse1/Flaeche/Flaechen-ma%C3%9Fe.htm*
- *www.mein-lernen.at/index.php?option=com_content&view=article&id=1300:flae-chenmasse-uebung-1-&catid=539:umwandlungen-uebungen&Itemid=430*
- *www.mathe-lexikon.at/media/worksheets/flaechenmasse-arbeitsblatt.pdf*

Handout 2 – Zeichnen im Maßstab

Mögliche Maße eines Lernraums:

Länge: 5,4 m = 540 cm

Breite: 6,3 m = 630 cm

Übertragen Sie die Länge und Breite dieses Raumes in den Maßstab 1:100!

1 cm auf der Zeichnung sind 100 cm in Wirklichkeit

1cm ………. 100 cm

x cm ………. 540 cm

$x = 540 \cdot 1 : 100$

$x = 5{,}4$ cm

a)

Messen Sie die Längen Ihres Arbeitsraumes. Konstruieren Sie anschließend Ihren Arbeitsraum im Maßstab 1 : 100!

b)

Fertigen Sie die Skizze einer möglichen Wohnung im Maßstab 1 : 100 an.
Messen Sie die Längen und Breiten in Ihrer Zeichnung. Welchen Längen entspricht dies für die Wohnung in Wirklichkeit.

- Würde die Gesamtfläche dieser Wohnung Ihren Vorstellungen entsprechen?

Handout 3 – Entfernungen feststellen

Suchen Sie im Atlas verschiedene Orte.

a)

Entwerfen Sie eine Tabelle mit drei Spalten (Orte, z.B. Linz-Wien, gemessene Strecke im Atlas, wirkliche Entfernung).

Messen Sie die kürzesten Abstände (Strecken von Ort A zu Ort B) zwischen den Orten.
Berechnen Sie die Entfernungen der beiden Orte in der Wirklichkeit.
Notieren Sie die Orte, ihre Entfernungen im Atlas und ihre Entfernungen in Wirklichkeit!

Achtung:
Der Maßstab findet sich links bzw. rechts unten auf der entsprechenden Seite!

- Wie wird diese kürzeste Strecke zwischen zwei Orten genannt?
- Warum sind die wirklich zurückzulegenden Wege zwischen zwei Orten länger?

b)

Sie planen eine Reise von Innsbruck nach Florenz (Italien). Da Sie mit zwei Freund_innen reisen wollen, beschließen Sie, mit dem Auto zu fahren.
Überlegen Sie, wie lange Sie ungefähr unterwegs sein werden, wenn Sie die Autobahn benützen.
Welchen Prozentanteil stellt etwa die Reisezeit dar, wenn Sie in drei Tagen wieder in Innsbruck sein müssen? Stellen Sie die Ergebnisse in einem Prozentkreis dar.

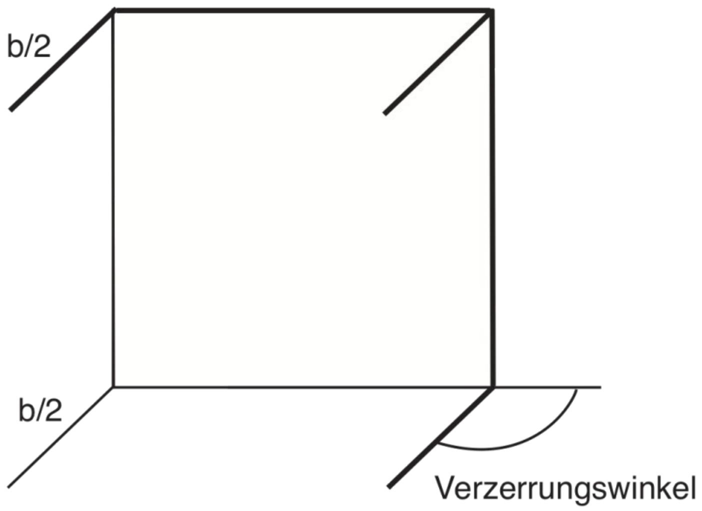
Handout 4 – Räumliche Darstellung von Körpermodellen

a)

Vervollständigen Sie das Modell des Würfels. Beschriften Sie die Eckpunkte und Kanten.

Bestimmen Sie den Verzerrungswinkel!

Bestimmen Sie das Verzerrungsverhältnis!



b)

Konstruieren Sie Ihren Lernraum mit folgenden Angaben:

Verzerrungswinkel a = 135°

Verzerrungsverhältnis v = ½

Maßstab 1 : 100

Die Längen sind je nach Lernraum verschieden!

Handout 5 – Körpernetze

Zeichnen Sie das Netz des gegebenen Quaders mit quadratischer Grundfläche!
Malen Sie Grund- und Deckfläche in derselben Farbe aus! Um welche Flächen handelt es sich?

Die restlichen Flächen (Seitenflächen) bilden den Mantel.

Diese Flächen sind

	Richtig	Falsch
Rechtecke		
Quadrate		
Dreiecke		

Schneiden Sie das Körpernetz aus.
Beschriften Sie die einzelnen Kanten mit a (Länge), b (Breite), h (Höhe/Tiefe).
Schreiben Sie in die einzelnen Flächen des Körpernetzes die entsprechenden Flächenformeln, z.B. $A_1 = a \,.\, b$, $A_2 = a \,.\, h$, …

Geben Sie nun eine Formel für die Mantelfläche an!

Mantel M = ...

Geben Sie eine Formel für die Oberfläche (alle sichtbaren Flächen) an!

Oberfläche O = 2 . Grundfläche + Mantel = ...

Falten Sie nun das Körpernetz zu einem Quader.

Handout 6 – Körpernetze – Mantel, Oberfläche

Berechnen Sie die Mantelfläche und die Oberfläche des Quaders!

Länge $a = 2{,}5$ cm
Breite $b = 3{,}0$ cm
Höhe $h = 6{,}8$ cm

Fertigen Sie zuerst eine Handskizze an!

Erkan und Leslie vergleichen ihre Ergebnisse. Diese sind gleich, allerdings hat Leslie zur Berechnung des Mantels einen anderen Lösungsweg gesucht.

Sie schreibt: Mantel = Umfang der Grundfläche mal Körperhöhe
$M = u \,.\, h$

Sie rechnet:
$u = (a + b) \,.\, 2$
$u = (2{,}5 + 3{,}0) \,.2$
$u = 11$ cm

$M = 11 \,.\, 6{,}8$
$M = 74{,}8$ cm2

Können Sie den Lösungsweg von Leslie erklären?
Hat sie eine richtige Formel gefunden?
Begründen Sie Ihre Antwort!

Handout 7 – Berechnungen

a)

Für Raumeinheiten gilt die Umrechnungszahl 1000! Wandeln Sie um:

1 m3= dm3
4 dm3= cm3
8,3 cm3= mm3

Geben Sie diese Raummaße in der nächstgrößeren und der nächstkleineren Einheit an!

b)

Berechnen Sie das Volumen ihres Lern- und Arbeitsraumes sowohl mit als auch ohne den Maßstab!

c)

Für ein Einfamilienhaus planen Sie, eine 8 m x 7,5 m große und 2 m tiefe Baugrube ausheben zu lassen. Wie viel m3 Erde muss ausgehoben werden? Ein Bagger, der 30 m3 in einer Stunde ausheben kann, benötigt dazu

☐ 3 Stunden
☐ 4 Stunden
☐ 5 Stunden

Kreuzen Sie die richtige Antwort an!

d)

Um Ihre Arbeitsmaterialien, die Sie zum Nähen von Kleidung benötigen, gut unterzubringen, benötigen Sie eine Schachtel mit einer Grundfläche von 40 cm x 3,5 dm. Sie berechnen, dass für die Herstellung dieser Schachtel 32,4 dm2 verwendet wurden. Aber: Wie hoch ist nun eigentlich die Schachtel?

e)

Berechnen Sie zu Übungszwecken die fehlenden Größen des Quaders!

	Länge	Breite	Höhe	Mantelfläche	Oberfläche	Volumen
a.	12 cm	8 cm				1440 cm3
b.	1,5 m		60 cm			720 dm3
c.	65 mm		20 cm	44 cm2		
d.	1, 2 m	0,85 m			3,68 m2	
e.		12 cm		630 cm2	990 cm2	

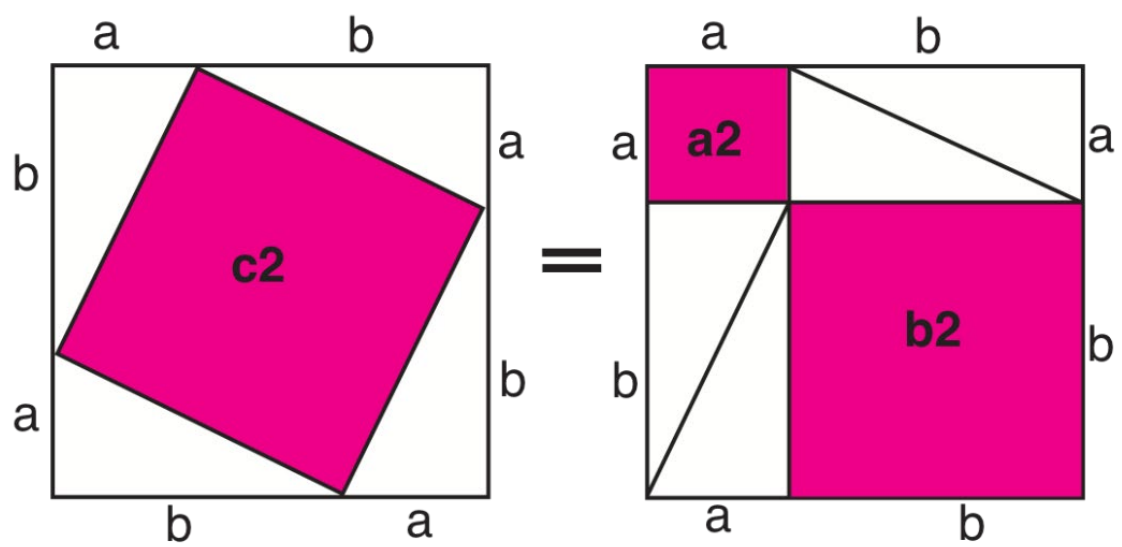
Handout 8 – Pythagoräischer Lehrsatz

Beweisen Sie den pythagoräischen Lehrsatz a2 + b2 = c2

Schneiden sie dazu aus Papier oder Karton folgende Figuren aus:
Acht gleiche (kongruente) rechtwinklige Dreiecke mit den beliebig gewählten Katheten a und b;
Ein Quadrat mit der Seite a des gewählten Dreiecks;
Ein Quadrat mit der Seite b des gewählten Dreiecks;
Ein Quadrat mit der Seite c des gewählten Dreiecks!

Legen Sie dann die Dreiecke und Quadrate zu zwei größeren Quadraten mit der Seitenlänge (a+b) zusammen!
Nehmen Sie links und rechts jeweils die vier Dreiecke weg!

Was beobachten Sie?
Die färbigen Quadrate bleiben übrig.

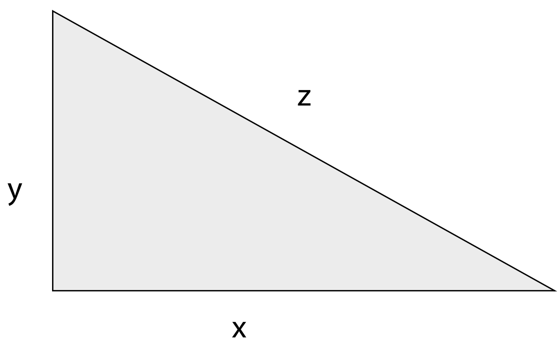


Handout 9 – Anwendung zum pythagoräischen Lehrsatz

Familie Cortez plant, ihr Grundstück einzuzäunen. Die dreieckige Wiese mit den Katheten x und y liegt an einer Wegkreuzung. Die Längen x und y an den beiden sich rechtwinklig schneidenden Wegen sind bekannt.: x = 185 m; y = 76 m.

- Wie viel Meter Maschendraht müssen sie für den Zaun einkaufen?
- Wie viel Geld muss Familie Cortez für den Zaun ausgeben, wenn ein Meter des Zauns 54 € kostet?
- Tochter Cynthia berechnet die voraussichtlichen Kosten. Sie überlegt:

Wenn ich zuerst eine Skizze anfertige, erkenne ich den rechten Winkel und gegenüber dem rechten Winkel finde ich die Hypothenuse.



Die Hypothenuse z kann mithilfe des pythagoräischen Lehrsatzes berechnet werden:

z2 = x2 + y2, also: z2 = 1852 + 762.
Sie tippt in ihren Taschenrechner 1852 + 762 = 34 225 + 5776. Dann tippt sie das Symbol zur Berechnung der Wurzel und erhält den Wert 76.
Daraus schließt sie: z = 76 m.

Nun überlegt Cynthia: „Wenn ich den Umfang des Dreiecks berechne, weiß ich, wie viel Zaun wir kaufen müssen. Das ist leicht, denn es gilt: der Umfang u = $\frac{xy}{2}$
Der Umfang beträgt also 7030 m."

Damit bestimmt Cynthia den zu erwartenden Preis für den Zaun. Sie rechnet:
1 m kostet 54 €
7030 m kosten 54 . 7030
Cynthia ist entsetzt: der Zaun kostet 379 620 €. Das kann unmöglich stimmen!

Aber wo hat Cynthia ihre Fehler gemacht? Begründen Sie Ihre Korrekturen!

Handout 10 – Praktische Beispiele

a)

Klemens und Coscun wollen eine feste Gartentüre zum Grundstück von Familie Cortez bauen. Sie sollen die Türe mit den Maßen 1,3 m und 1, 6 m zuschneiden. Zur Verstärkung planen sie eine Verstrebung, die diagonal zur Tür verläuft.
Bei den gemeinsamen Überlegungen, wie lange diese Verstrebung sein muss, fallen ihnen zur Problemlösung mehrere Möglichkeiten ein:

1) Sie planen eine Konstruktion im Maßstab 1 : 100 und berechnen die Länge der Verstrebung.
2) Sie schneiden die Tür in den gewünschten Längen aus und messen die Länge der Verstrebung.
3) Sie berechnen aufgrund ihres Wissens die Länge der Verstrebung ohne vorherige Arbeiten.

Versuchen Sie, zumindest einen der Gedankengänge von Klemens und Coscun nachzuvollziehen und führen Sie die Rechnung durch. Fertigen Sie zuerst eine Skizze an und beschriften Sie die Seiten!
Fallen Ihnen noch weitere Möglichkeiten zur Berechnung der Verstrebung ein?

b)

Coscun erkennt: „Die Verstrebung teilt die Eingangstüre in zwei kongruente Dreiecke.“
Er will die Fläche jedes dieser Dreiecke berechnen, um die notwendige Mengen Farben (jedes Dreieck in einer anderen Farbe) zu beschaffen. Erfragt nach der Meinung von Klemens. Dieser überlegt: „Wenn ich nun wüsste, was kongruente Dreiecke sind, dann könnte die Idee gut sein.“

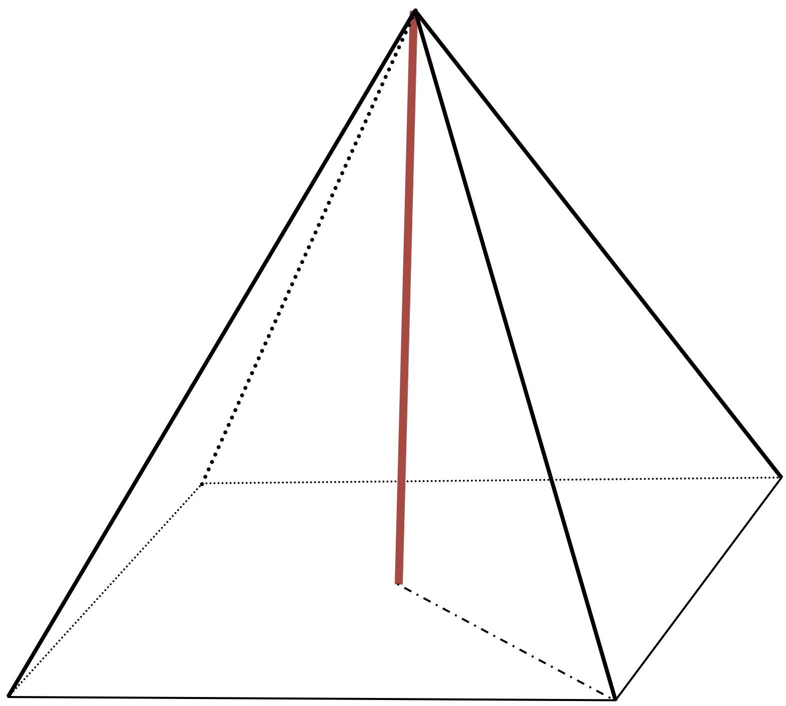
Können Sie Klemens erklären, was kongruente Dreiecke sind?
Erklären Sie dann, wie Coscun diese Berechnung durchführen kann.

c)

Leider finden die Burschen nur geeignete Bretter für die Verstrebung in einer Länge von höchstens 180 cm. Wie hoch darf die Gartentüre nun maximal werden, wenn sie 1,3 m Breite haben muss.

d)

Ein Pavillon soll im hinteren Teil des Gartens gebaut werden. Der Grundriss ist quadratisch geplant. Genau in der Mitte des Raums soll ein Stützpfeiler stehen.



Der 4 m hohe Stützpfeiler wird durch vier Seile, die im Boden befestigt werden, fixiert. Wie viel Platz muss im Garten berücksichtigt werden, wenn jedes der Seile maximal 5,5 m lang ist?

8.3. Lösungen

Lösungen zu Handout 7 – Berechnungen

e)

A)

a = 12cm	G = a . b
b =8 cm	G = 12 .
V =1440 cm^3	**G = 96 cm^2**
h = ?	
M = ?	U = 2a + 2b
O = ?	U = 2. 12 +2 .8
	U= 40 cm^2
V = G . h	M = U . h
h = V/G	M =40 . 15
h = 1440/96	**M = 600 cm^2**
h =15 cm	

O = 2G + M

O =2. 96 + 600

O =192 + 600

O = 792 cm^2