



Berufsreifeprüfung

# Mathematik

LEITFADEN FÜR DIE  
KOMPETENZORIENTIERTE  
REIFEPRÜFUNG

## IMPRESSUM

HERAUSGEBER: Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur, Minoritenplatz 5, 1010 Wien

AUTORINNEN:

Mag. Manfred Ambach

Mag.<sup>a</sup> Renate Ginzinger

Mag. Wolfgang Huber

Mag. Walter Klein

Mag.<sup>a</sup> Sandra Spiegl

Wissenschaftliche Beratung: Dr. Bernhard Kröpfl

LAYOUT UND SATZ: Michael Shorny, [www.mangomoon.at](http://www.mangomoon.at)

„Lehre und Matura“ und „Berufsreifeprüfung für Erwachsene“ sind herausragende Erfolgsmodelle im österreichischen Bildungssystem. Rund 27.000 Personen, die sich derzeit auf die Berufsreifeprüfung vorbereiten, und rund 3.000 Absolventinnen und Absolventen jährlich sind ein beeindruckender Beweis dafür, dass viele Menschen lebensbegleitendes Lernen als Chance sehen und sich höher qualifizieren.



VORWORT

Die BRP-Kandidatinnen und -Kandidaten stehen überwiegend im Berufsleben und weisen eine Vielzahl an fachlichen Fertigkeiten und berufseinschlägigen Erfahrungen auf. Der kompetenzorientierte Lernansatz ist bei dieser Gruppe besonders erfolgreich. Sobald die Handlungsdimensionen ins Zentrum der pädagogischen Arbeit rücken, werden neue, kreative Anwendungsmöglichkeiten im sozialen oder beruflichen Kontext der Lernenden sichtbar, und ihre analytischen und reflexiven Fähigkeiten werden nachhaltig ausgebaut. Gerade in der Berufsreifeprüfung erleben viele Menschen den Lernprozess als deutliche Erweiterung der persönlichen Handlungsmöglichkeiten und Ermutigung, sich neuen, herausfordernden Aufgaben zu widmen.

2010 wurde ein eigenes, kompetenzbasiertes Curriculum für die Berufsreifeprüfung erarbeitet. Damit wurde nicht nur die Basis für erwachsenengerechte Vorbereitungslehrgänge gelegt, die Berufsreifeprüfung ist seither den anderen Reifeprüfungsformen pädagogisch gleichgestellt: Die Vorbereitung erfolgt nach einem eigenständigen, speziell auf die Zielgruppe zugeschnittenen Lehrplan und orientiert sich nicht mehr an jenen Schulformen, die primär der Erstausbildung dienen.

Dieser erwachsenengerechte kompetenzorientierte Ansatz muss sich auch in der Prüfungssituation niederschlagen. Der vorliegende *Leitfaden* wurde unter Mitwirkung von ErwachsenenbildnerInnen, ExternistenprüferInnen und FachexpertInnen erarbeitet. Ziel ist ein Paradigmenwechsel hin zur Handlungs- und Kompetenzorientierung und die Etablierung einer Prüfungskultur, in der die teilstandardisierte Reifeprüfung ab dem Jahr 2016 auch in der Berufsreifeprüfung erfolgreich umgesetzt werden kann.

Bis dahin ist der *Leitfaden* ein gemeinsames Referenzdokument für Erwachsenenbildungseinrichtungen, Externistenprüfungskommissionen und die Lernenden. Eine neue, kompetenzbasierte Prüfungskultur, welche die Handlungsdimensionen in den Mittelpunkt stellt, wird dann entstehen können, wenn alle Beteiligten konsequent und engagiert mitwirken – die Lehrenden, die PrüferInnen und auch die Vorsitzenden der Kommissionen.

Ich bedanke mich für die Unterstützung der Lehrerinnen und Lehrer und ErwachsenenbildnerInnen, die sich für den Paradigmenwechsel und die damit verbundenen pädagogischen und organisatorischen Herausforderungen im Sinne der Lernenden engagieren. Ihre Unterstützung, Ihr Engagement und Ihr fachlicher Beitrag sind für das Gelingen wichtig.

*Claudia Schmied*

Dr. Claudia Schmied

*Bundesministerin für Unterricht, Kunst und Kultur*



## INHALT

1.	<b>DIE BEDEUTUNG DER KOMPETENZORIENTIERUNG IM UNTERRICHT</b> . . . . .	7
2.	<b>DAS KOMPETENZMODELL</b> . . . . .	9
3.	<b>RICHTLINIEN FÜR DIE SCHRIFTLICHE KLAUSUR</b> . . . . .	11
3.1	Allgemeine Bemerkungen . . . . .	11
3.2	Dauer. . . . .	11
3.3	Aufgabenerstellung. . . . .	11
3.4	Hilfsmittel . . . . .	12
3.5	Beurteilungskriterien . . . . .	13
4.	<b>HANDLUNGSBEREICHE UND CHARAKTERISTISCHE TÄTIGKEITEN</b> . . . . .	15
4.1	Modellieren, Transferieren . . . . .	15
4.2	Operieren. . . . .	16
4.3	Interpretieren, Dokumentieren . . . . .	17
4.4	Argumentieren, Kommunizieren . . . . .	18
5.	<b>DIE WESENTLICHEN MATHEMATISCHEN KOMPETENZEN</b> . . . . .	19
5.1	Inhaltsbereich Zahlen und Maße . . . . .	19
5.2	Inhaltsbereich Algebra und Geometrie. . . . .	19
5.3	Inhaltsbereich Funktionale Zusammenhänge . . . . .	20
5.4	Inhaltsbereich Analysis . . . . .	21
5.5	Inhaltsbereich Stochastik . . . . .	22
6.	<b>PROTOTYPISCHE AUFGABEN</b> . . . . .	23
6.1	Beispiel einer möglichen Klausurangabe. . . . .	23
6.2	Weitere Anregungen zu Klausuraufgaben . . . . .	35
6.3	Abschließende Bemerkungen . . . . .	36
	<b>ANHANG</b> . . . . .	37



## 1. Die Bedeutung der Kompetenzorientierung im Unterricht

Die Berufsreifeprüfung will einerseits junge, noch nicht volljährige Bildungswerber/innen erreichen, die z. B. eine berufsbildende mittlere Schule abgeschlossen haben, in einem aufrechten Lehrverhältnis stehen oder die Lehre, bzw. eine Berufsschule abgeschlossen haben, und andererseits erwachsene Bildungswerber/innen mit sehr unterschiedlicher schulischer und/oder beruflicher Vorbildung.

Dies muss sowohl bezüglich der Anknüpfung an die Vorkenntnisse, als auch bei der Auswahl der vielfältigen mathematischen Anwendungen beachtet werden. Die Schulabgänger/innen verfügen meist noch über die grundlegenden Rechentechniken bis zur achten Schulstufe, die Erwachsenen bringen dafür in der Regel reichere Erfahrungen aus dem beruflichen Umfeld mit, sind aber mit den Lerntechniken kaum noch vertraut.

„Unter Kompetenzen versteht man längerfristig verfügbare kognitive Fähigkeiten, die von Lernenden entwickelt werden können und sie befähigen, bestimmte Tätigkeiten in variablen Situationen auszuüben, sowie die Bereitschaft, diese Fähigkeiten und Fertigkeiten einzusetzen.“<sup>1</sup>

Die Kompetenzorientierung im Unterricht hat zum Ziel, dass erworbenes Wissen, Können und Wollen (nach Weinert) für die Bearbeitung und Lösung (auch) neuartigerer Aufgaben, auch solcher mit komplexeren Zusammenhängen, zur Verfügung steht. Fokus der Unterrichtsbemühungen sind nicht die Inhalte, die durchgenommen werden sollen (der Input), sondern das Ergebnis der Unterrichtsbemühungen, die Kompetenzen der Schüler/innen (der Output). Dafür muss eine geeignete Lernumgebung, und somit auch Aufgabenstellungen, so gestaltet werden, dass dadurch Kompetenzen entwickelt und gefördert werden.

Kompetenzen können nicht direkt überprüft werden. Man kann aber versuchen Aufgaben zu finden, deren Bewältigung Rückschlüsse auf eine bzw. mehrere Kompetenzen zulassen, über die die Lernenden verfügen müssen, wenn sie diese Aufgabe lösen können. Wenn Prüfungsaufgaben valide sein sollen, müssen sie möglichst punktgenau auf die nachzuweisenden Kompetenzen abzielen. Tendenziell werden also Testaufgaben, die einzelne Kompetenzen überprüfen wollen, elementar und kurz sein (vgl. Grundkompetenz-Aufgaben).

---

<sup>1</sup> Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe, Institut für Didaktik der Mathematik, S. 9

Der hier vorliegende Leitfaden gibt zunächst mit den „Richtlinien für die schriftliche Klausur“ einen Überblick über die Eckpunkte einer Berufsreifeprüfung aus Mathematik.

Dann werden – Bezug nehmend auf das kompetenzorientierte Curriculum – modellhaft Handlungsbereiche und charakteristische Tätigkeiten beschrieben.

Darauf aufbauend wird ein Katalog von „wesentlichen mathematischen Kompetenzen“, gegliedert nach Inhaltsbereichen, aufgelistet, die die Grundlage für die Klausur aus Mathematik bilden. Diese „Grundkompetenzen“ – ein Begriff, der nun in der Mathematikdidaktik viel zitiert wird – behandeln nach Univ. Prof. Malle das Grundlegende, mehr oder weniger Unverzichtbare eines Stoffgebietes. Sie liefern den Lehrenden Orientierung, Struktur für den Unterricht und ermöglichen den Lernenden die Konzentration auf das Wesentliche.

OHNE Grundkompetenzen geht in der Mathematik nichts!

Da jedoch die Vorbereitung auf die Berufsreifeprüfung sehr komprimiert im Zeitfenster von 2 bis 3 Semestern abgehalten wird, ist es umso wichtiger, die grundlegenden Aufgaben zur Überprüfung vorhandener Kompetenzen immer wieder im Unterricht einzubauen und zu wiederholen.

Zur Illustration sowie zur Konkretisierung einiger der aufgelisteten wesentlichen Kompetenzen findet man im Anhang dieses Leitfadens ausgewählte Beispiele für Grundkompetenz - Aufgaben, welche auch für eine Überprüfung der grundlegenden Kompetenzen geeignet sind, sowie einige Eigenständigkeits - Aufgaben mit höherer Komplexität, für deren erfolgreiche Bearbeitung mehrere Kompetenzen miteinander vernetzt werden müssen, gegebenenfalls auch Reflexionswissen eingesetzt werden muss.

## 2. DAS KOMPETENZMODELL

Der Gesetzgeber sieht in der BRP-Curricularverordnung für Mathematik und angewandte Mathematik<sup>2</sup> folgende Handlungs- und Inhaltsbereiche vor:

		INHALTSBEREICHE				
		Zahlen & Masse	Algebra & Geometrie	funktionale Zusammenhänge	Analysis	Stochastik
		1	2	3	4	5
HANDLUNGSBEREICHE	ARGUMENTIEREN & KOMMUNIZIEREN	D				
	INTERPRETIEREN UND DOKUMENTIEREN	C				
	OPERIEREN	B				
	MODELLIEREN & TRANSFERIEREN	A				

		INHALTSBEREICHE				
		ZAHLEN & MASSE	ALGEBRA & GEOMETRIE	FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE	ANALYSIS	STOCHASTIK
		1	2	3	4	5
HANDLUNGSBEREICHE	ARGUMENTIEREN & KOMMUNIZIEREN	D				
	INTERPRETIEREN UND DOKUMENTIEREN	C		C3		
	OPERIEREN	B				
	MODELLIEREN & TRANSFERIEREN	A				

Die Schnittfläche eines Handlungs- und Inhaltsbereiches wird als **DESKRIPTOR** bezeichnet. Er ist eine Aussage, die beschreibt, was ein/e Kandidat/in zur Problemlösung der gestellten Aufgabe können muss.

**C3** bedeutet beispielsweise:

*„Der/die Kandidat/in kann funktionale Zusammenhänge interpretieren und dokumentieren.“*

<sup>2</sup> Berufsreifepfungscurricularverordnung, BGBl. II Nr. 40/2010



## 3. Richtlinien für die schriftliche Klausur aus Mathematik

### 3.1 Allgemeine Bemerkungen

Der Leitfaden legt Richtlinien zur Erstellung von Klausuren bis zur Einführung der zentralen Reifeprüfung im Jahr 2016 fest, soll aber spätestens 2014 überarbeitet und auf die zu diesem Zeitpunkt klareren Vorgaben für die zentrale Prüfung angepasst werden.

Er hat die Funktion eines Referenzdokumentes. Bei dessen Erstellung war ein Grundpfeiler das kompetenzbasierte Curriculum für die Berufsreifeprüfung (Gültigkeit ab 1. 9. 2010) und ein anderer der Versuch, den Übergang hin zur zentralen Reifeprüfung unter Beachtung der jetzt geltenden gesetzlichen Bestimmungen (LBVO, VO über abschließende Prüfungen) umsetzbar zu gestalten.

Dies bedeutet, dass neben den Inhaltsdimensionen nun auch die Handlungsdimensionen bei der Erstellung der Aufgaben berücksichtigt werden müssen und bei den Anwendungsaufgaben auf die vielen verschiedenen Berufsfelder der Teilnehmer/innen besonderes Augenmerk gesetzt werden soll.

Es findet das Bundesgesetzes über die Berufsreifeprüfung (§3 (1)) Anwendung.

### 3.2 Dauer

4 Stunden.

### 3.3 Aufgabenerstellung

Die Berücksichtigung des Curriculums für die Berufsreifeprüfung, der LBVO und der VO über abschließende Prüfungen bedingen, dass die wesentlichen Bereiche, im Leitfaden als Grundkompetenzen bezeichnet, festgeschrieben werden. Als Konsequenz daraus ergeben sich zwei Typen von Aufgaben, bzw. Aufgabenteilen:

GK-AUFGABENSTELLUNGEN (Aufgaben zu Grundkompetenzen) prüfen das Wesentliche, d. h. alle zu den verschiedenen Lehrplaninhalten formulierten Grundkompetenzen ab. Es werden eher kurze Aufgaben sein; sie können aber auch zu einem Inhalt verschiedene Aufgabenstellungen umfassen, wobei nur die Grundkompetenzen abgefragt werden und keine hohe Komplexität vorliegt. Zu beachten ist, dass kontextbezogene Formulierungen oft den Schwierigkeitsgrad einer Aufgabe erhöhen.

E-AUFGABENSTELLUNGEN (Aufgaben mit „Eigenständigkeitsanteil“) sind komplexer gestaltet und aufwändiger zu bearbeiten, verlangen eine selbstständige Anwendung der Kompetenzen und ihre Übertragung auf neuartige Fragestellungen.

Bei diesen Aufgaben können bisherige Aufgabenformate – allerdings modifiziert in Hinblick auf die für die Lösung der Aufgabe erforderlichen Kompetenzen – verwendet werden. Beachtet werden soll, dass die verschiedenen Fragestellungen voneinander unabhängig lösbar sein müssen und die Handlungsdimensionen berücksichtigt werden.

Die Verteilung der vier bis sechs zu stellenden Aufgaben auf GK- oder E-Aufgaben kann eigenverantwortlich gewählt werden. Es ist aber zu beachten, dass zumindest die Hälfte der Aufgabestellungen (Aufgabenteile) in den Bereich der GK-Aufgaben fällt. Lt. LBVO ist für die Noten „Gut“ und „Sehr gut“ der Nachweis der Fähigkeiten zur Eigenständigkeit notwendig. Daher müssen „E-Aufgaben“ zumindest im Ausmaß eines Beispiels vorhanden sein.

Als Anhaltspunkt für die Gestaltung der Aufgaben wird auf die in Entstehung befindlichen Aufgabenpools im Zuge der Entwicklung der „zentralen Reifeprüfung“ verwiesen.

LINKS:

- » <http://www.uni-klu.ac.at/idm/inhalt/1.htm>
- » <http://www.berufsbildendeschulen.at/bildungsstandards>
- » <http://www.bifie.at/>

## 3.4 Hilfsmittel

Basis aller Aufgabenstellungen ist das kompetenzbasierte Curriculum Mathematik der Berufsreifeprüfungscurricularverordnung.

Die Verwendung einer Formelsammlung (ohne Angabe von Modellbeispielen und Formelumformungen) und eines zumindest grafikfähigen Taschenrechners sind als Hilfsmittel notwendig. Folgende TR-Funktionalitäten werden vorausgesetzt:

- » Darstellung von Funktionsgraphen
- » Möglichkeiten des numerischen Lösens von Gleichungen und Gleichungssystemen
- » Grundlegende Funktionen der Matrizenrechnung
- » Mindestens Funktionen für statistische Kenngrößen, lineare Regression und Korrelation, Binomial- und Normalverteilung

## 3.5 Beurteilungskriterien

Entsprechend der LBVO (in der derzeit geltenden Fassung) kann die Note Genügend nur dann gegeben werden, wenn die wesentlichen Bereiche, also die GK-Aufgaben(-teile) überwiegend richtig gelöst worden sind.

Für die Note Befriedigend müssen alle wesentlichen Bereiche, d. h. alle GK-Aufgaben richtig gelöst worden sein. Mängel in der Durchführung dieser Aufgaben können durch Eigenständigkeit in einer E-Aufgabe kompensiert werden.

Da für die Noten Gut und Sehr gut selbstständiges Arbeiten, das Anwenden des vorhandenen Wissens und Könnens auch auf für den Kandidaten/die Kandidatin neuartige Aufgaben erforderlich ist, müssen die Aufgabenstellungen in E-Aufgaben auch darauf abgestimmt sein.

Obige Grundsätze sind bei der Erstellung eines Beurteilungsschemas (Punkteverteilung) zu berücksichtigen.



## 4. Handlungsbereiche und charakteristische Tätigkeiten<sup>3</sup>

In Anlehnung an das kompetenzbasierte<sup>4</sup> Curriculum Mathematik werden nun die Handlungsbereiche beschrieben und durch beispielhaft angeführte charakteristische Tätigkeiten illustriert und konkretisiert.

### 4.1 Modellieren, Transferieren

Ein Modell ist immer ein Abbild, eine Repräsentation natürlicher oder künstlicher Originale. Ein Modell erfasst nicht alle Attribute des Originals, sondern nur diejenigen, die dem Modellbenutzer als relevant erscheinen.<sup>5</sup>

Das Modell bedeutet folglich eine Reduzierung der realen Komplexität auf geeignete Parameter, die alle wesentlichen Einflussgrößen gebührend berücksichtigen. Entsprechend ist bei der Interpretation der im Modell gefundenen Resultate und Schlussfolgerungen Bedacht zu nehmen, dass keine Konzeption alle Dimensionen des realen Problems beachten kann.

Die beiden Übergänge



stellen die entscheidenden Stellen in der Qualität (natur-)wissenschaftlichen Arbeitens dar, deren Gelingen von kompetentem Umgang in diesem Metier zeugt.

MODELLIEREN meint also das Übertragen von Realsituationen in mathematische Modelle wie Terme, Gleichungen, Funktionen, Diagramme, Tabellen u.a.. Die im mathematischen Modell gewonnene Lösung wird auf Tauglichkeit für die jeweilige Situation überprüft und gegebenenfalls angepasst. Nötigenfalls ist das gewählte Modell zu adaptieren. Die Kandidat/innen erfahren, dass mathematisch einwandfreie Darstellungen und im Modell gültige Lösungen in der Wirklichkeit unter Umständen nur begrenzte Bedeutung, eingeschränkte Brauchbarkeit oder gar keine Verwendung besitzen.

<sup>3</sup> In Anlehnung an das Projekt „Standardisierte schriftliche Reifeprüfung aus Mathematik“ – Sicherung von mathematischen Grundkompetenzen, Version 9/09, Institut für Didaktik der Mathematik, Universität Klagenfurt

<sup>4</sup> Unter Kompetenzen versteht man längerfristig verfügbare kognitive Fähigkeiten und Fertigkeiten, die von Lernenden entwickelt werden und die sie befähigen, Aufgaben in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsbewusst zu lösen.

<sup>5</sup> Nach STACHOWIAK Herbert. In: *Allgemeine Modelltheorie*. Springer-Verlag, Wien 1973, ISBN 3-211-81106-0

TRANSFERIEREN setzt die Kenntnis über mathematische Modelle, das Wissen über Anwendungsmöglichkeiten und die Fähigkeit ihrer Bewertung voraus, damit ein geeignetes mathematisches Modell ausgewählt, gegebenenfalls modifiziert und angewendet werden kann.

**CHARAKTERISTISCHE TÄTIGKEITEN** sind z. B.:

- » Problemrelevante mathematische Zusammenhänge erkennen und mathematisch darstellen
- » Alltagssprachliche-, bzw. berufsspezifische Formulierungen in die Sprache-, bzw. in Darstellungen der Mathematik übersetzen
- » Einen gegebenen mathematischen Sachverhalt in eine andere Darstellungsform (Tabelle, Graph, symbolisch/Rechnersyntax) übertragen; Wechsel zwischen Darstellungsformen
- » Skizzen anfertigen
- » Geeignete mathematische Mittel wie Begriffe, Modelle, Darstellungsformen, Technologien und Lösungswege auswählen
- » Aufbauend auf bekannten, mitunter auch elektronisch verfügbaren, mathematischen Modellen neue Modelle entwickeln

## 4.2 Operieren

OPERIEREN stellt gleichsam das fachgemäße Vorgehen dar, im Modell nach vorgegebenen Regeln aus dem Rohmaterial ein einwandfreies Endprodukt eines Bildes des realen Problems zu gestalten.

Operieren bedeutet das numerische bzw. algebraische Ermitteln der Lösung im gewählten mathematischen Modell. Dabei ist auf eine Notation zu achten, die unmissverständlich den Weg zum Ziel beschreibt.

Dieser Handlungsbereich steht nicht im Mittelpunkt geforderter Kompetenzen. Nur einfachere numerische oder algebraische Berechnungen sind ohne Hilfsmittel zu können.

**TECHNOLOGIEEINSATZ:** Für komplexere Berechnungen muss ein Taschenrechner mit den in 3.3. beschriebenen Mindestanforderungen zur Verfügung stehen, bzw. ist auch der Einsatz von Geometriesoftware oder Tabellenkalkulationsprogrammen, so weit möglich, zur Verfügung zu stellen, um langwierige Rechenoperationen, die keinen Erkenntnisgewinn bringen, zu vermeiden.

**CHARAKTERISTISCHE TÄTIGKEITEN** sind z. B.:

- » Sich für eine mathematische Vorgangsweise entscheiden und die Lösungsabläufe planen
- » Rechenoperationen (Grundrechenarten, Potenzieren, Radizieren, Logarithmieren) in den Zahlenmengen  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{R}$  durchführen

- » Rechenoperationen (Grundrechenarten) in der Zahlenmenge  $\mathbb{C}$  durchführen
- » Maßeinheiten umrechnen
- » In Terme, Gleichungen/Formeln und Funktionsgleichungen Zahlen einsetzen, Werte berechnen
- » Umformen von Termen, Gleichungen/Formeln, Ungleichungen
- » Gleichungen, Ungleichungen, Gleichungssysteme lösen
- » Bestimmte Integrale berechnen
- » Statistische Kennzahlen ermitteln
- » Wahrscheinlichkeiten aus gegebenen Wahrscheinlichkeiten berechnen

## 4.3 Interpretieren, Dokumentieren

INTERPRETIEREN beschreibt einerseits den Übergang vom Modell zur Wirklichkeit, wobei Ergebnisse mathematischer Überlegungen auf das reale Ausgangsproblem übertragen werden. Es handelt sich dabei um die begründete Bevorzugung von Faziten für die Problemlösung der realen Situation, die sich aus der Anwendung mathematischer Modelle ergeben.

Andererseits beinhaltet Interpretieren auch die Umdeutung von Modell-Resultaten in andere mathematische Sichtweisen. Als einfaches Beispiel könnte der Flächeninhalt eines Trapezes durch die Zusammensetzung von Dreiecken und Rechtecken ermittelt werden.

Eine DOKUMENTATION anzulegen heißt, Informationen nutzbar zu machen für die weitere Verwendung. Das kann sowohl verbal als auch grafisch geschehen.

**CHARAKTERISTISCHE TÄTIGKEITEN** sind z. B.:

- » Werte aus Tabellen, grafischen Darstellungen ablesen und sie im jeweiligen Kontext deuten
- » Tabellarisch, grafisch oder symbolisch gegebene Zusammenhänge beschreiben und im jeweiligen Kontext deuten
- » Zusammenhänge und Strukturen in Termen, Gleichungen/Formeln, Ungleichungen erkennen, sie im Kontext deuten
- » Mathematische Begriffe oder Sätze im jeweiligen Kontext deuten
- » Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten
- » Geeignete mathematische Darstellungsformen auswählen und verwenden
- » Eine mathematische Vorgangsweise, einen Lösungsweg gegliedert und
- » übersichtlich darstellen
- » Wissen über einen mathematischen Teilbereich gegliedert und übersichtlich darstellen

## 4.4 Argumentieren, Kommunizieren

ARGUMENTIEREN meint die Angabe von mathematischen Aspekten, die für oder gegen eine bestimmte Sichtweise/ Entscheidung sprechen. Es erfordert eine korrekte und adäquate Verwendung mathematischer Eigenschaften/ Beziehungen, mathematischer Regeln sowie der mathematischen Fachsprache. Im Gegenzug dazu meint Begründen das Herstellen einer Argumentationskette, die zu ganz bestimmten Schlussfolgerungen führt.

KOMMUNIZIEREN meint, mathematische Schreibweisen und Darstellungsformen als Mittel der Verständigung einzusetzen.

CHARAKTERISTISCHE TÄTIGKEITEN sind z. B.:

- » Mathematische Argumente nennen, die für oder gegen die Verwendung eines mathematischen Begriffs, eines Modells oder einer Darstellungsform, für oder gegen einen bestimmten Lösungsweg bzw. eine bestimmte Lösung, für oder gegen eine bestimmte Interpretation sprechen
- » Die Entscheidung für die Verwendung eines bestimmten mathematischen Begriffs, eines Modells, eines Lösungsweges, für eine Darstellungsform, eine bestimmte Lösung oder eine bestimmte Sichtweise/Interpretation argumentativ belegen
- » Mathematische Vermutungen formulieren und begründen (auf Grund deduktiven, induktiven oder analogen Schließens)
- » Zutreffende und nicht zutreffende mathematische Argumentationen bzw. Begründungen erkennen; erklären, warum eine Argumentation oder Begründung (un-) zutreffend ist
- » Mathematische Darstellungen (symbolische, formale, geometrische) dem Sachverhalt angemessen und zielgruppenorientiert einsetzen
- » Mit Fehlern konstruktiv umgehen

## 5. Die wesentlichen mathematischen Kompetenzen<sup>6</sup>

### 5.1 Inhaltsbereich Zahlen und Maße

- » Die Zahlenbereiche der natürlichen, ganzen, rationalen und reellen Zahlen kennen, auf der Zahlengeraden veranschaulichen und ihre Beziehungen argumentieren können
- » Zahlen in Fest- und Gleitkommadarstellung darstellen und damit grundlegende Rechenoperationen durchführen können
- » Zahlen als Maßzahlen von Größen verstehen, die Maßzahlen zwischen verschiedenen Einheiten umrechnen, Vielfache und Teile von Einheiten mit den entsprechenden Zehnerpotenzen darstellen können
- » Das Überschlagsrechnen und Runden beherrschen, Ergebnisse beim Rechnen mit Zahlen abschätzen und in sinnvoller Genauigkeit angeben können
- » Zahlenangaben in Prozent verstehen und anwenden, zwischen Prozentsatz und Prozentwert umrechnen können
- » Rationale Zahlen als Brüche von ganzen Zahlen und Brüche im Dezimalsystem darstellen können

### 5.2 Inhaltsbereich Algebra und Geometrie

- » Rechnen mit Termen (Klammern, Brüche) ausführen können
- » Potenzgesetze mit ganzzahligen und mit rationalen Exponenten verstehen, sie begründen und durch Beispiele veranschaulichen und anwenden können<sup>7</sup>
- » Potenz- und Wurzelschreibweise ineinander überführen können
- » Die logarithmischen Rechengesetze kennen und anwenden und Logarithmen mit beliebiger Basis in dekadische oder natürliche Logarithmen umrechnen können<sup>8</sup>
- » Lineare Gleichungen in einer Variablen durch Äquivalenzumformungen lösen können
- » Formeln der elementaren Geometrie anwenden können

6 In Anlehnung an die „Deskriptoren des Kompetenzmodells zum Inhalt“ der BHS

7 Die folgenden Gesetze sind gemeint:  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ;  $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$  und  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$  mit  $m, n \in \mathbb{Z}$  oder  $\mathbb{Q}$

8 Die folgenden Gesetze werden benötigt, hier Einfachheit halber mit dekadischem Logarithmus angeführt:  $\lg(a \cdot b) = \lg a + \lg b$ ;  $\lg(a/b) = \lg a - \lg b$ ;  $\lg a^n = n \cdot \lg a$ ;  $\lg a = \ln a / \ln 10$  und  $\ln a = \lg a / \lg e$

- » Formeln nach einer der variablen Größe explizieren können
- » Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen problembezogen aufstellen und lösen können
- » Die verschiedenen möglichen Lösungsfälle von linearen Gleichungssystemen mit zwei Variablen argumentieren und grafisch veranschaulichen können
- » Probleme aus verschiedenen Anwendungsbereichen in lineare Gleichungssysteme mit mehreren Variablen übersetzen, mit Hilfe von Technologieinsatz lösen und das Ergebnis in Bezug auf die Problemstellung interpretieren können
- » Quadratische Gleichungen in einer Variablen lösen und die verschiedenen möglichen Lösungsfälle interpretieren und argumentieren können
- » Exponentialgleichungen vom Typ  $a^{k \cdot x} = b$  nach der Variablen  $x$  auflösen können
- » Sinus, Kosinus und Tangens eines Winkels als Seitenverhältnis im rechtwinkligen Dreieck interpretieren und rechtwinklige Dreiecke auflösen können
- » Vektoren als Zahlentupel verständig einsetzen und im Kontext interpretieren können
- » Vektoren geometrisch (als Punkte, bzw. Pfeile) deuten und verständig einsetzen können
- » Definition der Rechenoperationen mit Vektoren (Addition, Multiplikation mit einem Skalar, Skalarmultiplikation) kennen, Rechenoperationen verständig einsetzen und (auch geometrisch) deuten können

### 5.3 Inhaltsbereich funktionale Zusammenhänge

- » Die Definition der Funktion als eindeutige Zuordnung kennen und kommunizieren können
- » Funktionen als Modelle zur Beschreibung der Abhängigkeit zwischen Größen verstehen und erklären können
- » Eine lineare Gleichung in 2 Variablen als Beschreibung einer linearen Funktion interpretieren (Geradengleichung  $y = kx + d$ ) können<sup>9</sup>
- » Eine lineare Funktion grafisch im Koordinatensystem darstellen und die Bedeutung der Parameter  $k$  und  $d$  verstehen und interpretieren können
- » Lineare Funktionen aus verschiedenen Problemstellungen modellieren und sie zur Lösung des Problems einsetzen können
- » Potenz- und Polynomfunktionen (bis zum Grad 4) grafisch darstellen und ihre Eigenschaften interpretieren können<sup>10</sup>

<sup>9</sup> Mit Variablen und Parametern umgehen können, auch wenn sie nicht mit den Standardsymbolen ( $x$  für unabhängige Variable,  $y$  für die abhängige Variable,  $k$  für Anstieg,  $d$  für Ordinatenabschnitt) bezeichnet werden

<sup>10</sup> Prototypische Verläufe der Graphen von Polynomfunktionen bis zum Grad 4 sowie den Zusammenhang zwischen dem Grad der Polynomfunktion und der Anzahl der Null-, Extrem- und Wendestellen wissen

- » Exponentialfunktionen grafisch darstellen, als Zu- und Abnahmemodelle interpretieren können, die Begriffe „Verdopplungs- und Halbwertszeit“ kennen, berechnen und im Kontext deuten können<sup>11</sup>
- » Den Einfluss der Parameter von Exponentialfunktionen verstehen, interpretieren und deuten können
- » Lineare Funktionen und Exponentialfunktionen strukturell vergleichen, die Angemessenheit einer Beschreibung mittels linearer Funktionen oder mittels Exponentialfunktion bewerten können
- » Die Nullstelle(n) von Funktionsgraphen bestimmen und als Lösung(en) einer Gleichung interpretieren (u. U. mit Technologieeinsatz) können
- » Praxisbezogene Problemstellungen mit geeigneten Funktionstypen beschreiben (Aufstellen einer Funktionsgleichung) können
- » Sinus-, Kosinus- und Tangensfunktionen ausgehend vom Einheitskreis mit Winkel im Grad- und Bogenmaß grafisch darstellen und argumentieren können

## 5.4. Inhaltsbereich Analysis

- » Absolute und relative (prozentuelle) Änderungsmaße unterscheiden und angemessen verwenden können
- » Den Zusammenhang Differenzenquotient (mittlere Änderungsrate) – Differentialquotient („momentane“ Änderungsrate) auf der Grundlage eines intuitiven Grenzwertbegriffes kennen und damit (verbal und auch in formaler Schreibweise) beschreiben können
- » Den Differenzen- und Differentialquotienten in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch den Differenzen- bzw. Differentialquotienten beschreiben können
- » Den Begriff der Ableitungsfunktion kennen
- » Elementare Grundfunktionen differenzieren und die Ableitung von aus diesen zusammengesetzten Funktionen mit Hilfe der Ableitungsregeln bestimmen können<sup>12</sup>
- » Eigenschaften von Funktionen wie Monotonie, lokale Extrema, Krümmungsverhalten, Wendepunkte am Graphen erkennen und mit Hilfe der Ableitung(sfunktion) beschreiben, berechnen und interpretieren können
- » Den Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion in deren grafischer Darstellung erkennen und beschreiben können
- » Den Begriff der Stammfunktion kennen sowie den Zusammenhang zwischen

<sup>11</sup> Die prototypischen Verläufe der Graphen von  $f(x) = a \cdot b^x$  mit  $b \in \mathbb{R}^+$  bzw.  $f(x) = a \cdot e^{\lambda x}$  kennen; die Bedeutung der Parameter  $a$  und  $b$ , bzw.  $\lambda$  kennen und in unterschiedlichen Kontexten deuten können

<sup>12</sup> Die Ableitungen von Potenz-, Polynom- und Exponentialfunktionen; einfache Regeln des Differenzierens kennen und anwenden können:  
Summenregel:  $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$ ; Faktorregel:  $(k \cdot f(x))' = k \cdot f'(x)$ ; Kettenregel:  $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Funktion und Stammfunktion in deren grafischer Darstellung erkennen und beschreiben können

- » Stammfunktionen von Potenz- und Polynomfunktionen mit dem unbestimmten Integral berechnen können
- » Den Begriff des bestimmten Integrals auf der Grundlage eines intuitiven Grenzwertbegriffes als Grenzwert einer Summe von Produkten deuten und beschreiben können
- » Das bestimmte Integral als orientierten Flächeninhalt deuten und die Flächen berechnen können<sup>13</sup>

## 5.5 Inhaltsbereich Stochastik

- » Häufigkeitsverteilungen (absolute, relative und prozentuelle Häufigkeiten) grafisch darstellen und interpretieren sowie die Auswahl einer bestimmten Darstellungsweise problembezogen argumentieren können<sup>14</sup>
- » Statistische Kennzahlen (absolute und relative Häufigkeiten, arithmetisches Mittel, Median, Modus, Quartile und empirische Varianz/Standardabweichung) für einfache Datensätze ermitteln und im jeweiligen Kontext deuten können
- » Den klassischen und statistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff kennen, verwenden und deuten können
- » Die Additions- und Multiplikationsregel auf einander ausschließende bzw. unabhängige Ereignisse anwenden können
- » Bedingte Wahrscheinlichkeit von unabhängigen Ereignissen modellieren und berechnen können
- » Die Binomialverteilung kennen und im Kontext nutzen und interpretieren können (Erwartungswert, Varianz, Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion)

<sup>13</sup> Mit Technologieeinsatz die Fläche unter Berücksichtigung evt. Nullstellen von beliebigen Funktionen bestimmen können, ohne Technologieeinsatz Flächen mit dem bestimmten Integral von Potenz- und Polynomfunktionen berechnen können

<sup>14</sup> Die wichtigsten Darstellungsweisen kennen: Stab, Säule, Balken, Kreis, Torte, Histogramm, Boxplot u. a., sie interpretieren und begründen können, für welche Art von Problemstellungen und Untersuchungen sich eine bestimmte Darstellungsweise besonders gut eignet. Dabei sollte auch die Manipulierbarkeit von Daten durch spezielle Darstellungsweisen diskutiert werden.

## 6. Prototypische Aufgaben<sup>15</sup>

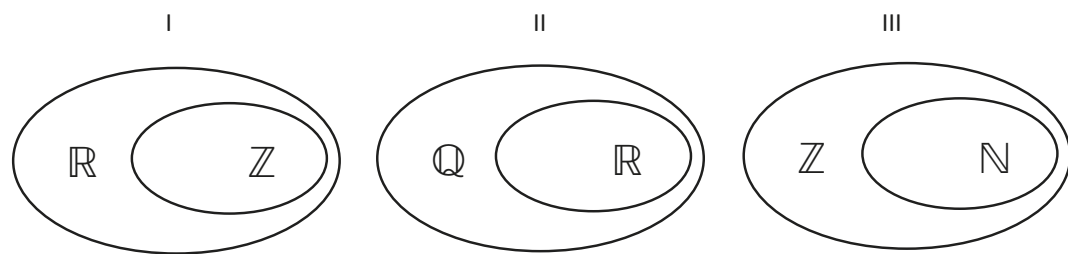
(Gedacht zum Einüben und Vorbereiten auf die zentrale Berufsreifeprüfung)

### 6.1 Beispiel einer möglichen Klausurangabe

#### 1. GK-Aufgabe (Inhaltsbereich Maße und Zahlen)

Diese Aufgaben werden nur mit richtig/falsch bewertet.

##### A MENGENBEZIEHUNGEN



$\mathbb{N}$  ist die Menge aller natürlichen Zahlen,  $\mathbb{Z}$  ist die Menge aller ganzen Zahlen,  $\mathbb{Q}$  ist die Menge aller rationalen Zahlen,  $\mathbb{R}$  ist die Menge aller reellen Zahlen.

##### AUFGABENSTELLUNG:

Kreuzen Sie jene Mengenbeziehungen an, welche wahr sind.

I

II

III

<sup>15</sup> Einige Ideen in Anlehnung an getestete Aufgaben des Instituts für Didaktik der Mathematik, Universität Klagenfurt bzw. in Anlehnung an Aufgaben aus „*mathematik lehren*“, Friedrich Verlag

## B GLEITKOMMADARSTELLUNG

$$x = 7 \cdot 10^8 \quad y = 4 \cdot 10^{-5}$$

AUFGABENSTELLUNG:

Berechnen Sie  $x \cdot y$  und stellen Sie das Ergebnis in der Gleitkommadarstellung der Form

$$a \cdot 10^k, \quad 1 \leq a < 10, k \in \mathbb{Z}$$

dar.

## C ZAHLENMENGEN

AUFGABENSTELLUNG:

Kreuzen Sie in jeder Zeile alle zutreffenden Aussagen an!

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
$0.05 \in$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$-8 \in$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\frac{\pi}{2} \in$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$2 \cdot 10^{-3} \in$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## D RECHENGESETZE

AUFGABENSTELLUNG: Kreuzen Sie an, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

	wahr	falsch
Das Kommutativgesetz gilt bezüglich der Subtraktion in $\mathbb{R}$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Multiplikation mit Null ist in $\mathbb{R}$ nicht definiert.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Das Assoziativgesetz gilt bezüglich der Addition in $\mathbb{R}$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Das Produkt einer negativen reellen Zahl $a \neq 0$ mit ihrem reziproken Wert ist $\mathbb{R}$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Das Assoziativgesetz gilt bezüglich der Multiplikation nicht.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

ALTERNATIVE AUFGABENSTELLUNG:

Finden Sie ein Beispiel, das die folgende Aussage: „Das Kommutativgesetz gilt bezüglich der Subtraktion in  $\mathbb{R}$ “ bestätigt bzw. widerlegt.

### E WINKELMASSE

Es werden Gradmaßen  $\rightarrow$  Bogenmaße zugeordnet.

AUFGABENSTELLUNG:

Kreuzen Sie die richtigen Zuordnungen an.

$$90^\circ \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

$$60^\circ \rightarrow \frac{\pi}{4}$$

$$360^\circ \rightarrow 2\pi$$

$$30^\circ \rightarrow \frac{\pi}{5}$$

ALTERNATIVE AUFGABENSTELLUNG I:

Ordnen Sie richtig zu:

$$90^\circ \quad \frac{\pi}{6}$$

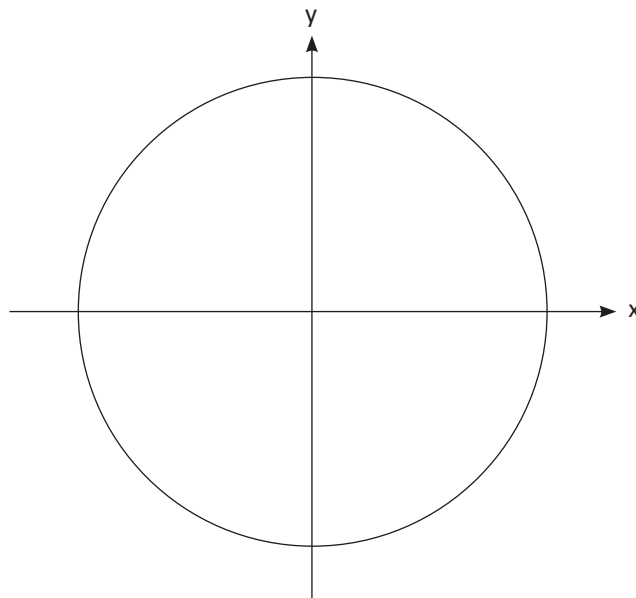
$$60^\circ \quad \frac{\pi}{3}$$

$$360^\circ \quad 2\pi$$

$$30^\circ \quad \frac{\pi}{2}$$

ALTERNATIVE AUFGABENSTELLUNG 2:

Tragen Sie die im Bogenmaß gegebenen Winkel  $\frac{\pi}{6}$ ,  $\frac{\pi}{3}$ ,  $2\pi$ ,  $\frac{\pi}{2}$  im Einheitskreis ein:



## 2. GK-Aufgabe (Inhaltsbereich Algebra und Geometrie)

### A LOGARITHMUS

Gegeben ist die Gleichung  $2^x = 3$ .

AUFGABENSTELLUNG:

Kreuzen Sie an, welche der folgenden Berechnungen richtig sind.

$$x = \log(3)$$

$$x = {}_2\log(3)$$

$$x = {}^2\log(3)$$

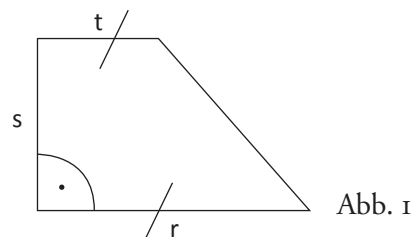
$$x = \frac{\ln 3}{\ln 2}$$

### B VIERECK

Von diesem Viereck (Abb. 1) sind die Längen der Seiten  $r$ ,  $s$  und  $t$  bekannt.

AUFGABENSTELLUNG:

Geben Sie eine Formel in vereinfachter Form für die Berechnung des Flächeninhaltes dieses Vierecks an.



### C QUADRATISCHE GLEICHUNG

Gegeben ist die quadratische Gleichung  $x^2 + k \cdot x + 5 = 0$  über  $G = \mathbb{R}$ ,  $k \in \mathbb{R}$ .

AUFGABENSTELLUNG:

Welchen Wert muss  $k$  annehmen, damit die quadratische Gleichung genau eine Lösung hat?

### D VERKAUF EINES PULLOVERS

Für den Verkauf eines neuen Pullovers sind folgende Daten bekannt:

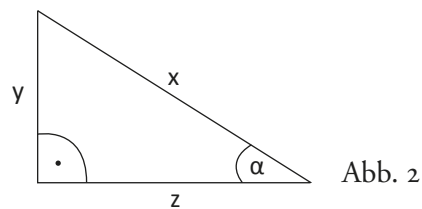
Bei einem Preis von € 45.00 pro Stück können 420 Stück abgesetzt werden. Man weiß aber auch, dass bei einem Verkaufspreis von genau € 78.00 dieses Produkt nicht mehr verkauft werden kann.

AUFGABENSTELLUNG:

Geben Sie jenen Term an, durch welchen sich dieser Zusammenhang angeben lässt, wenn man mit einer linearen Funktion modelliert.

### E DREIECK

In diesem Dreieck (Abb.2) werden die Seiten mit  $x$ ,  $y$ , und  $z$  bezeichnet, eingetragen ist auch der Winkel  $\alpha$ .



AUFGABENSTELLUNG:

Kreuzen Sie für jede der angegebenen Formeln an, ob sie in diesem rechtwinkligen Dreieck gültig, bzw. nicht gültig ist.

	gültig	nicht gültig
$y = x^2 - z^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\tan(\alpha) = \frac{z}{y}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\sin(\alpha) = \frac{y}{x}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$y = \sqrt{x-z}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### 3. GK-Aufgabe (Inhaltsbereich funktionale Zusammenhänge)

#### A DRUCKKOSTEN

Die Druckkosten für Wunschkarten bestehen aus einem Grundpreis

$G = € 7.00$  (der unabhängig von der bestellten Menge zu bezahlen ist) und einem Preis von € 0.40 pro gedruckter Karte.

AUFGABENSTELLUNG:

Kreuzen Sie an, welche der folgenden Formeln die Druckkosten  $K$  für  $n$  Wunschkarten angibt.

$$K = 0.4 + 7 \cdot n$$

$$K = 7.4 \cdot n + 7$$

$$K = 7 + 0.4 \cdot n$$

$$K = 7.4 + n$$

ALTERNATIVE AUFGABENSTELLUNG:

Erstellen Sie eine Formel, welche die Druckkosten für  $n$  Wunschkarten angibt.

#### B WACHSTUM

Durch die Formel  $A(t) = A_0 \cdot a^t$  mit  $a > 1$  wird ein wachsender Zusammenhang beschrieben.

AUFGABENSTELLUNG:

Kreuzen Sie an, welche Aussagen richtig, bzw. falsch sind.

	wahr	falsch
Die relative Zunahme ist in gleichen Zeitintervallen gleich groß.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die absolute Zunahme ist in gleichen Zeitintervallen gleich groß.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die absolute Zunahme ist unabhängig von $A_0$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die relative Zunahme ist abhängig von $A_0$ . Begründen Sie Ihre Entscheidung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

ALTERNATIVE AUFGABENSTELLUNG:

Treffen Sie die möglichen Aussagen über die relative Zunahme in gleichen Zeitintervallen.

## C LOGARITHMUSFUNKTION

AUFGABENSTELLUNG:

Zeichnen Sie den Graphen der Funktion  $f: x \rightarrow \ln(x)$  im Intervall  $[0.5 ; 6]$ .

Geben Sie jene Werte von  $x$  an, für welche  $f(x)$  das Intervall  $[1; 5]$  durchläuft.

## D SYMMETRIE

Gegeben sind die Funktionsgleichungen von drei Potenzfunktionen:

$$f_1(x) = 2x^4$$

$$f_2(x) = 5x^3$$

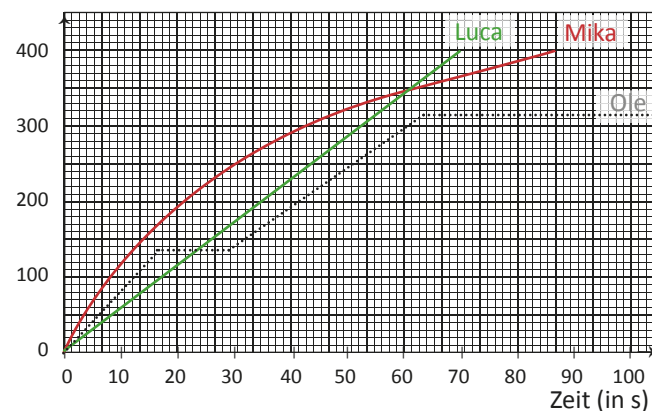
$$f_3(x) = x^3 + 5$$

AUFGABENSTELLUNG:

Bestimmen Sie, welche der angegebenen Funktionen punktsymmetrisch zum Ursprung sind. Begründen Sie Ihre Antwort.

## E SPORTPLATZ

Laufstrecke (in m)



Die abgebildeten drei Graphen beschreiben für drei Läufer (Luca, Mika und Ole) den Verlauf eines 400m-Hürden-Rennens.

AUFGABENSTELLUNG:

Geben Sie an, wie lange die drei Läufer jeweils für diese Strecke benötigt haben.

## 4. GK-Aufgabe (Stochastik/Analysis)

### A HERSTELLUNG VON BATTERIEN

Ein Betrieb erzeugt Batterien für grafikfähige Taschenrechner. Der Ausschussanteil beträgt 4%. Die Ausschussstücke treten unabhängig voneinander auf. Herr Rauter kauft vier Stück solcher Batterien. Er will die Wahrscheinlichkeit wissen, dass keine der gekauften Batterien Ausschuss ist.

AUFGABENSTELLUNG:

Kreuzen Sie an, welche der Berechnungen richtig ist.

$$p = 1 - 0.04^4$$

$$p = 4 \cdot 0.04$$

$$p = 0.04^4$$

$$p = 0.96^4$$

ALTERNATIVE AUFGABENSTELLUNG:

Herr Rauter kommt zu folgendem Ergebnis:  $p = 4 \cdot 0.04$ . Argumentieren Sie, ob diese Berechnung richtig, bzw. falsch ist.

### B AUFNAHMETEST

Bei einem Aufnahmetest werden vier Fragen mit je drei Antwortmöglichkeiten gestellt, wobei jeweils genau eine Antwort richtig ist. Kandidat Braun kreuzt rein zufällig jeweils eine Antwort an.

Die Zufallsvariable  $X$  gibt die Anzahl der richtigen Antworten an.

AUFGABENSTELLUNG:

Geben Sie für die Zufallsvariable  $X$  an, von welchem Typ die Wahrscheinlichkeitsverteilung ist, begründen Sie diese Entscheidung und geben Sie die charakteristischen Parameter dieser Verteilung an.

### C TANGENTEN

Die Graphen zweier reeller Funktionen  $f$  und  $g$  haben im Punkt  $P(x_1/y_1)$  eine gemeinsame Tangente. Für die Steigung der Tangente in  $P$  gilt:

$$\tan(45^\circ) = k$$

AUFGABENSTELLUNG:

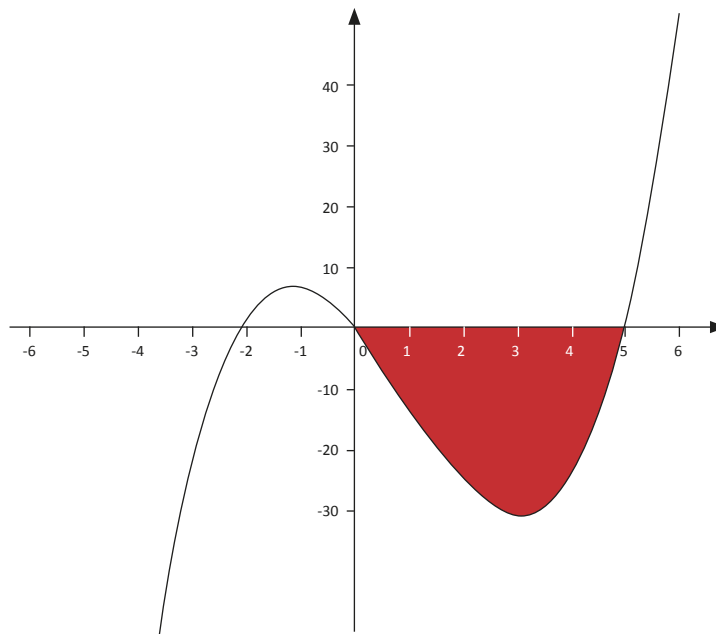
Kreuzen Sie an, ob die angeführten Aussagen aus diesen Bedingungen folgen bzw. nicht folgen.

	folgt	folgt nicht
$f'(x_1) = g'(x_1) = -1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$f'(x_1) = 0.5$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$g(x_1) = f(x_1)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$g'(x_1) = 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### D FLÄCHENINHALT

AUFGABENSTELLUNG:

Kreuzen Sie an, welches der folgenden Integrale die Größe der skizzierten Fläche angibt.



$$\int_0^5 f(x) dx$$

$$-\int_0^5 f(x) dx$$

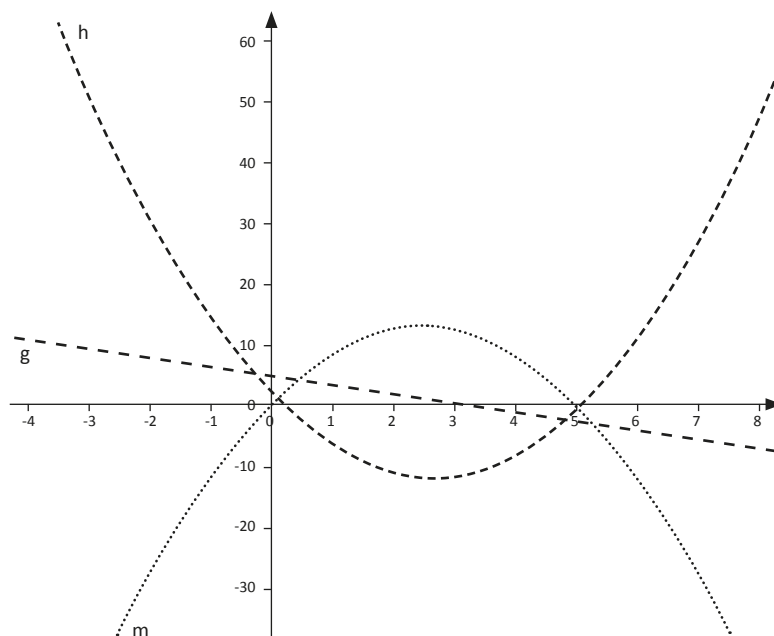
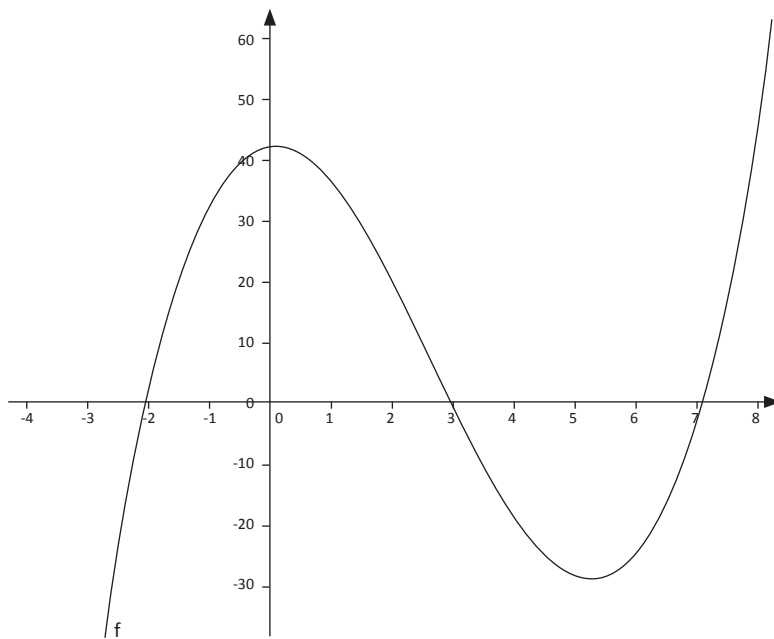
$$\int_0^5 f(x)^2 dx$$

## E ABLEITUNGSFUNKTION

In der Abbildung ist der Graph einer kubischen Funktion  $f$  gegeben.

AUFGABENSTELLUNG:

Geben Sie an, welcher der Graphen  $g$ ,  $h$  oder  $m$  die erste Ableitungsfunktion von  $f$  darstellt. Begründen Sie Ihre Entscheidung – in Worten oder durch geeignete Markierungen und Beschriftungen in der Grafik.



## 5. E-Aufgabe

Hier werden auch richtig gelöste Teilaufgaben bewertet.

### SPEICHERKAPAZITÄT

1970 wurde die Prognose aufgestellt, dass sich die Speicherkapazität von Computern alle 24 Monate verdoppeln würde.

In Wikipedia findet man die folgende Erklärung für Speicherkapazität:

„Die Speicherkapazität einer Festplatte berechnet sich aus der Größe eines Sektors (512 Byte, 2048 Byte oder 4096 Byte) multipliziert mit der Anzahl der verfügbaren Sektoren. Die Größe der ersten Festplatten wurde in Megabyte angegeben, ab etwa 1997 in Gigabyte, und mittlerweile gibt es Platten im Terabyte-Bereich.“

$1\ 000\ \text{Byte} \approx 1\ \text{KB}$ ,  $1\ 000\ \text{KB} \approx 1\ \text{MB}$ ,  $1\ 000\ \text{MB} \approx 1\ \text{GB}$ ,  $1\ 000\ \text{GB} \approx 1\ \text{TB}$

1980 betrug die Speicherkapazität 10 MB.

#### AUFGABENSTELLUNGEN:

- Veranschaulichen, bzw. beschreiben Sie die Prognose aus 1970 so, dass Sie den Sachverhalt einer anderen Person erklären können.
- Bestimmen Sie, welche Speicherkapazität Festplatten laut dieser Prognose heute (in Bezug auf 1980) haben sollten. Erklären Sie, ob dies mit dem heutigen Stand der Technik übereinstimmt.
- Herbert hat sich eine Festplatte mit einer Speicherkapazität von 1 TB gekauft. Geben Sie an, wie die Prognose geändert werden muss, damit sie aus heutiger Sicht gültig ist.

## 6. E-Aufgabe

### KOSTENFUNKTION

Bei der Produktion von Waren wie auch bei ihrem Handel entstehen Gesamtkosten  $K$ , die sich im Prinzip aus Fixkosten  $K_f$  und variablen Kosten  $K_v$  zusammensetzen.

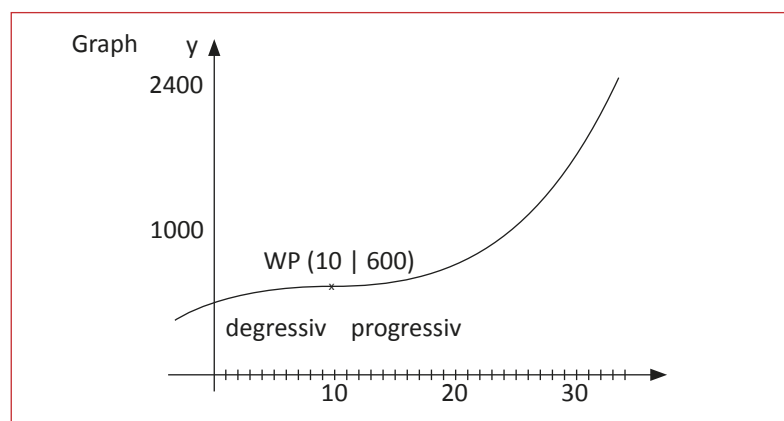
Es gilt: Gesamtkosten  $K(x)$  sind variable Kosten  $K_v$  + Fixkosten  $K_f$ .

In der Realität ergibt sich für eine Kostenfunktion häufig ein s-förmiger Verlauf, der durch eine Polynomfunktion mindestens 3. Grades beschrieben werden kann.

Mit steigender Produktionsmenge steigen die Kosten zunächst degressiv bis zur Kostenkehre, ab dort dann progressiv.

Die Stückkostenfunktion erhält man, indem die Gesamtkosten durch die Anzahl der produzierten Stück bzw. Mengeneinheiten dividiert werden.

Berechnet man die Menge, bei welcher die Stückkosten den kleinsten Wert haben, so spricht man vom Betriebsoptimum.



Eine Kostenfunktion habe nun folgende Gleichung:

$$K(x) = x^3 - 8x^2 + 24x + 50$$

AUFGABENSTELLUNGEN:

- Welchem Punkt entspricht die Kostenkehre in der Polynomfunktion, welche die Kostenfunktion beschreibt?  
Welche Bedingungen muss die Kostenkehre erfüllen?
- Berechnen Sie, bei welcher Menge das Betriebsoptimum in Bezug auf die gegebene Kostenfunktion liegt.

## 6.2 Weitere Anregungen zu Klausuraufgaben

Das folgende Beispiel soll zeigen, wie mit den zur Zeit gängigen Aufgabenformaten die Anforderungen einer Prüfung auf Basis des kompetenzbasierenden Curriculums erfüllt werden können.

### HANDYSHOP

Ein neu eröffneter Handyshop möchte im Rahmen eines Marketingprojektes sein Kundenpotenzial analysieren. Dabei sind folgende Aufgabenstellungen zu lösen:

- a) Aus einer Umfrage geht hervor, dass sich der Kundenstock innerhalb der letzten 4 Wochen von anfänglich 30 auf derzeit 80 Personen erhöht hat. Es wird angenommen, dass dies hauptsächlich durch „Mundpropaganda“ (d. h. ein zufriedener Kunde erzählt seinen Bekannten vom neuen Handyshop und diese wieder weiter ihren Bekannten) erfolgte. Man geht daher von einer konstanten prozentuellen Zunahme pro Zeiteinheit aus.

Stellen Sie den Wachstumsprozess durch eine Formel  $B(t)$  dar ( $t$  in Wochen,  $B(t)$  = Anzahl der Kunden nach  $t$  Wochen) und begründen Sie das verwendete Wachstumsmodell. (GK)

- b) Fertigen Sie eine Tabelle und eine Grafik (Skizze) über den Verlauf dieses Prozesses innerhalb der nächsten 20 Wochen an. (GK)
- c) Führen Sie Gründe an, warum das gewählte Modell nicht dem realen Verlauf der Entwicklung des Kundenstockes entsprechen könnte. GK)
- d) Nach wie vielen Wochen kann der 10.000 Kunde begrüßt werden? (GK)
- e) Nach genauerer Analyse des Kundenpotentials wurde folgende Wachstumsformel gewählt:

$$B(t) = \frac{K \cdot B_0 \cdot a^t}{B_0 \cdot a^t + (K - B_0)}, \quad a > 1, \quad B_0 = B(0) < K, \quad t \in \mathbb{R}_0^+$$

Berechnen Sie unter der Annahme einer Ausgangsmenge  $B_0 = 30$  und einer Kapazitätsgrenze von  $K = 1500$  die Konstante  $a$ . (E)

**ANMERKUNG:**

Die Teilaufgaben dieser Aufgabe sind voneinander abhängig. Für die zentrale standardisierte Reifeprüfung müssen ALLE TEILAUFGABEN UNABHÄNGIG voneinander gestaltet sein.

Die Fragestellungen könnten demnach folgendermaßen lauten:

- a) bleibt gleich
- b) Fertigen Sie eine Tabelle und eine Grafik für das folgende gewählte Wachstumsmodell an:  $B(t) = 30 \cdot 1.3^t$  mit  $t$  in Wochen.
- c) Berechnen Sie, wann der 10 000-te Kunde begrüßt werden kann.
- d) Argumentieren Sie, warum das in b) gewählte Modell nicht dem realen Verlauf der Entwicklung des Kundenstockes entsprechen könnte.
- e) bleibt gleich

## 6.3 Abschließende Bemerkungen

Es lassen sich die Beispiele beliebig koppeln. Wichtig ist, dass für die Kandidat/innen klar ersichtlich ist, welche der Aufgaben dazu dienen, das Wesentliche abzufragen. Denn nur so können sie einschätzen, welche Aufgabenstellungen unbedingt richtig gelöst werden müssen, um die Note Genügend erhalten zu können.

## 6.4 Anhang

Inhaltsbereiche des kompetenzbasierten Curriculums Mathematik (bzw. Mathematik und angewandte Mathematik) lt. Berufsreifeprüfungscurricularverordnung, BGBl.II Nr.40/2010

### 1. Zahlen und Maße:

- » Zahlenmengen  $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ,  $R$  und  $C$  kennen und Operationen auf den Mengen klassifizieren; Darstellung der komplexen Zahlen in der Gaußschen Ebene
- » Dezimal- und Gleitkommadarstellung anwenden können (z. B. Datentypen bei Programmiersprachen-Compilern)
- » Maßeinheiten verwenden (im Alltag gebräuchliche Maße)
- » die Prozentrechnung anwenden können (z. B. Preise inklusive oder exklusive Mehrwertsteuer) mit komplexen Zahlen einfache Berechnungen durchführen können (Grundrechnungsarten) und Darstellung in der Gaußschen Ebene kennen

### 2. Lineare Algebra und Geometrie:

- » mit Variablen, Termen und Formeln arbeiten (z. B. Textaufgabe zu einem kinematischen Beispiel, wobei aus mehreren Aufgaben die mit dem linearen Zusammenhang zu finden ist)
- » Lineare Gleichungen und Ungleichungen lösen können (z. B. bei einfachen Optimierungsaufgaben); quadratische Gleichungen lösen können
- » Gleichungssysteme lösen können (z. B. durch den Gaußschen Algorithmus)
- » Elementare Geometrie und Trigonometrie anwenden (z. B. Flächen-, Volumens- und Oberflächenberechnungen von Körpern)
- » Darstellungen in Vektoren und Matrizen verwenden und elementare Berechnungen durchführen können (z. B. mit technischen oder kaufmännischen Anwendungen)

### 3. Funktionen:

- » mit empirischen, diskreten und kontinuierlichen Funktionen arbeiten (lineare Funktionen, Potenz- und Polynomfunktionen, exponentielle und logarithmische Funktionen, Kreisfunktionen; (z. B. mit Anwendungen aus den Berufsfeldern)
- » Darstellung von Funktionen in unterschiedlichen Formen umsetzen können (z. B. Graph und Funktionsgleichung zu einer Bakterienkultur)
- » Eigenschaften von Funktionen kennen, einfache Funktionsgleichungen grafisch näherungsweise lösen können (z. B. Finden einer Näherungslösung einer transzendenten Gleichung graphisch oder numerisch); kaufmännische oder technische Anwendungen
- » Umkehrfunktionen definieren (Voraussetzungen) und ermitteln

#### 4. Analysis:

- » bei Zahlenfolgen und Reihen allgemeine Darstellung ermitteln und den Konvergenzbegriff definieren können (z. B. bei arithmetischen oder geometrischen Reihen)
- » Grenzwerte berechnen (z. B. von rationalen Funktionen)
- » Stetigkeit und Differenzierbarkeit von Funktionen erkennen, Begriff Differenzen- und Differentialquotient kennen sowie Ableitung(sfunktionen) berechnen (z. B. bei stetigen Funktionen, Kreisfunktionen ohne und mit Unstetigkeitsstellen und Betragsfunktion)
- » Ableitungsregeln kennen und anwenden können (z. B. bei Extremwertaufgaben und Kurvendiskussionen anwenden); kaufmännische oder technische Anwendungen
- » Integralbegriff kennen; bestimmtes Integral und Stammfunktion berechnen (z. B. Zusammenhang zwischen Ableitungs- und Stammfunktion graphisch herstellen, Auswahl von Verfahren wie Lösung beispielsweise durch Substitution)
- » Integrationsregeln anwenden (Auswahl; z. B. Flächen berechnen)

#### 5. Stochastik:

- » Verfahren der beschreibenden Statistik (Häufigkeiten, Mittel- und Streuungsmaße) kennen und anwenden (z. B. Beschreibung von Formen des Gedächtnistrainings bei Vergleichsgruppen)
- » Regression und Korrelation kennen und verwenden
- » Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung anwenden (z. B. Addition und Multiplikation von Eintrittswahrscheinlichkeiten von Ereignissen)
- » Wahrscheinlichkeitsverteilungen kennen (Auswahl; z. B. Häufigkeitsverteilung der Größe von Hühnereiern bei Annahme einer Normalverteilung darstellen)
- » Methoden der beurteilenden Statistik kennen und anwenden (Auswahl)



Download unter

[WWW.ERWACHSENENBILDUNG.AT](http://WWW.ERWACHSENENBILDUNG.AT)

